

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

КАФЕДРА ФІЗИКИ

ФІЗИКА

МОДУЛІ 1,2,3

1. МЕХАНІКА

2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

3. ЕЛЕКТРИКА

МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

для студентів технічних спеціальностей

КИЇВ 2010

УДК 530(076)

Представлено, відповідно до кредитно – модульної системи, модуль 1 „Механіка”, 2 „Молекулярна фізика, термодинаміка” та 3. „Електрика” з дисципліни ФІЗИКА для студентів технічних спеціальностей денної та заочної форми навчання. Наведено основи теорії, опис лабораторних робіт, задачі та запитання для контрольних робіт та самостійної роботи, розглянуто приклади розв’язування задач. Наведено вказівки щодо самостійної роботи, методику виконання контрольних робіт, поради до розв’язку задач та довідковий матеріал.

Рекомендовано Вченою радою навчально – наукового інституту енергетики і автоматики Національного університету біоресурсів і природокористування України.

Укладачі: доц. **В.В. Бойко**, доц. **Г.І. Булах**, доц. **Я.О. Гуменюк**, доц. **П.П. Ільїн**, асист. **М.В. Малюта**

Рецензенти: проф. **Л.С.Червінський.**, доц. **А.В. Міщенко**

ФІЗИКА

МОДУЛІ 1,2,3

1. МЕХАНІКА

2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

3. ЕЛЕКТРИКА

МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

для студентів технічних спеціальностей

Укладачі: **БОЙКО Володимир Васильович,**
БУЛАХ Григорій Іванович,
ГУМЕНЮК Ярослав Олександрович
ІЛЬІН Петро Петрович,
МАЛЮТА Микола Володимирович

Відповідальний за випуск доц. **В.В. Бойко**

Зав. Видавничим центром НУБіП України

А.П. Колесніков

Редактор

І.В.Сикотюк

Підписано до друку 30.06.10

Формат 60 x 84 1/16.

Ум. друк. арк. 9,5

Обл.-вид. арк. 8,2

Наклад 200 прим.

Зам. № 3061

Видавничий центр НУБіП України.

03041, Київ, вул. Героїв Оборони, 15.

ПЕРЕДМОВА

У посібнику представлено, відповідно до кредитно – модульної системи, модуль 1 „Механіка”, 2 „Молекулярна фізика та термодинаміка та 3. „Електрика” з дисципліни фізика для студентів інженерних спеціальностей вищих аграрних навчальних закладів денної та заочної форми навчання. Наведено основи теорії, опис лабораторних робіт, задачі та запитання для контрольних робіт та самостійної роботи, розглянуто приклади розв’язування задач. Наведено вказівки щодо самостійної роботи, методiku виконання контрольних робіт, поради до розв’язку задач та довідковий матеріал.

Вивчення дисципліни „Фізика” для всіх спеціальностей інженерного профілю в Національному аграрному університеті, як і в більшості інших вищих аграрних закладах, проходить в двох семестрах (за виключенням порівняно нових спеціальностей „Технологія деревообробки” та „Електротехнічні системи електроспоживання”, де вона вивчається три семестри). При цьому аудиторні заняття передбачають, в основному, лекційні та лабораторні заняття. Практичні ж заняття або не передбачені зовсім, або складають незначний відсоток загального обсягу аудиторного навантаження. Зміни в навчальних робочих планах вивчення дисципліни за останні роки та введення кредитно – модульної системи навчання приводять до зростання ролі самостійної роботи студентів. Саме тому випуск цього посібника є своєчасним. Він може бути використаний і для проведення та підготовки практичних занять, контролю та самоконтролю знань у вигляді контрольних робіт.

Лабораторний практикум (лабораторні роботи, короткі теоретичні відомості до них, порядок їх виконання) створювався на протязі багатьох років співробітниками кафедр загальної та технічної фізики і біофізики НАУ (професори Іскра В.Д., Посудін Ю.І., доценти Бойко В.В., Косенко О.І., Ольховська Ж.П., ст. викл. Шаровський Б.В., ас. Малюта). В посібнику використані матеріали цієї багаторічної роботи, вони опубліковані в ряді методичних рекомендацій цих співробітників і вказані в списку використаної та рекомендованої літератури. Автори посібника окремо відмічають вклад проф. Іскри В.Д. (вступ до лабораторного практикуму, що використано в даній роботі) та виражають вдячність за співпрацю по створенню цього посібника.

Дисципліна **фізика** разом з вищою математикою, інформатикою, хімією являє собою основу теоретичної підготовки фахівців в аграрних ВНЗ інженерного профілю, тобто ту фундаментальну базу, без якої неможливе повноцінне вивчення дисциплін циклу професійної та практичної підготовки таких фахівців.

Внаслідок вивчення дисципліни «**Фізика**» студенти повинні **знати:**

- основні фізичні величини, одиниці їх вимірювань, основи теорії похибок та правила обробки результатів вимірювань;
- фундаментальні поняття й теорії класичної та сучасної фізики з тим, щоб ефективно опанувати спеціальні навчальні дисципліни та використати знання фізичних закономірностей у майбутній діяльності;
- методи розв'язування практичних фізичних задач та проблем;
- принципи дії приладів, у тому числі електронно - обчислювальної апаратури;

вміти:

- проводити математичну і статистичну обробку результатів вимірювань;
- користуючись фізичними положеннями, законами і теоріями, застосовувати набуті теоретичні та практичні знання внаслідок вивчення спеціальних дисциплін і в майбутній роботі зі спеціальності;
- пояснювати фізичні процеси та явища, які відбуваються під час роботи різних інженерних пристроїв в аграрному секторі;
- уявляти основні принципи дії та застосовувати сучасні фізичні методи і прилади на практиці.

Таким чином, **основною метою** дисципліни «**Фізика**» є послідовне викладення студентам основних законів і положень фізики, які допомагають вивчати загальні закономірності явищ природи; використовувати дані закони в оперативному розв'язанні інженерних проблем в аграрному секторі; висвітлення можливих прикладних застосувань фізичних методів і приладів у практичній діяльності.

ЗМІСТ МОДУЛІВ 1, 2, 3

МОДУЛЬ 1 "МЕХАНІКА"

1. 1. Кінематика та динаміка поступального руху

1.1.1. Принципи інерції та відносності

Система відліку. Простір, час, рух. Матеріальна точка. Абсолютно тверде тіло. Параметри руху (радіус-вектор, переміщення, швидкість, прискорення). Принцип інерції та його аналіз. Принцип відносності Галілея. Властивості простору і часу в інерціальних системах. Елементи теорії відносності. Перетворення Лоренца. Релятивістська механіка.

1.1.2. Поступальний рух

Прямолінійний і криволінійний рух. Траєкторія. Кінематика поступального руху. Динаміка поступального руху. Сила, маса. Закон збереження кількості руху. Робота, енергія, потужність. Закон збереження енергії.

1.2. Кінематика та динаміка обертального руху

Параметри руху. Кінематика обертального руху. Момент сили. Момент інерції. Момент інерції матеріальної точки та твердого тіла. Теорема Штейнера. Момент інерції диска, циліндра, стержня відносно різних осей. Робота, енергія, потужність при обертальному русі. Закон збереження моменту кількості руху.

1.3. Кінематика та динаміка коливального руху

Маятники. Диференціальні та кінематичні рівняння коливань. Параметри коливань. Вільні коливання. Швидкість, прискорення та енергія коливального руху. Складання коливань. Загасаючі коливання. Диференціальне та кінематичне рівняння коливань. Параметри коливань. Декремент загасання. Коефіцієнт загасання. Час релаксації. Аперіодичні коливання.

Вимушені коливання. Параметри коливань. Резонанс. Автоколивання.

Хвилі, механізм їх утворення. Рівняння хвилі. Довжина хвилі. Хвильовий вектор. Акустичні хвилі, їх характеристики. Ефект Доплера. Звук, його характеристики.

1.4. Сили

Консервативні системи. Сила тяжіння. Закон всесвітнього тяжіння. Прискорення вільного падіння. Робота сили тяжіння. Космічні швидкості.

Сили пружності. Закон Гука в двох формах запису. Модуль Юнга. Деформації реальних тіл.

Сила тертя. Види тертя. Коефіцієнт тертя. Залежність сили тертя від швидкості руху та інших факторів. Внутрішнє тертя. Закон Ньютона для внутрішнього тертя.

МОДУЛЬ 2.”МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА”

2.1. Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів

Статистичний і термодинамічний методи дослідження. Стан термодинамічної рівноваги. Параметри стану. Квazістаціонарні процеси, їх графічне зображення.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів. Молекулярно-кінетична інтерпретація температури. Середня кінетична енергія молекули. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності.

Закон Максвела про розподіл молекул газу за швидкостями. Дослід Штерна. Розподіл Больцмана. Барометрична формула.

2.2. Явища переносу

Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул.

Гradient фізичної величини. Дифузія, закон Фіка. Внутрішнє тертя, закон Ньютона. Теплопровідність. Закон Фур'є. Загальна характеристика явищ переносу.

2.3. Основи термодинаміки

2.3.1. Перший закон термодинаміки

Робота газу при зміні об'єму. Внутрішня енергія термодинамічної системи. Перший закон термодинаміки, його застосування до різних ізопроеесів у газах. Теплоємності ідеального газу C_p і C_v . Робота газу в різних ізопроеесах. Адіабатичний проеес. Рівняння Пуасона.

2.3.2. Другий закон термодинаміки

Направленість проеесів природи. Другий закон термодинаміки. Зворотній і незворотній проееси. Цикл Карно. ККД циклу Карно. Фізична причина незворотності проеесів природи. Ентропія та її фізичний зміст. Принцип зростання ентропії.

2.3.3. Реальні гази

Обмеженість дії закону Бойля-Маріотта. Поправки Ван-дер-Ваальса. Рівняння стану реального газу. Ізотерми Ван-дер-Ваальса. Скраплення газів. Внутрішня енергія реального газу. Ефект Джоуля-Томсона.

2.2.4. Рідини

Характеристики структури рідини. Поверхневий натяг. Змочування. Краєвий кут. Меніски. Капілярний ефект.

МОДУЛЬ 3. ЕЛЕКТРИКА

3.1. Електростатичне поле та його характеристики

Закон Кулона. Електричне поле. Напруженість електричного поля. Напруженість поля точкового заряду. Принцип суперпозиції електричних полів. Графічне зображення електричного поля. Електричне зміщення. Теорема Остроградського-Гаусса, її застосування. Робота в електростатичному полі. Потенціал, різниця потенціалів. Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля.

3.2. Електричне поле в діелектриках

Вільні і зв'язані заряди. Типи діелектриків. Електричний диполь, його поведінка в електричному полі. Вектор поляризації. Напруженість електричного поля в діелектрику. Сегнетоелектрики, електрети. П'єзоелектричний і електрострикційний ефект.

3.3. Провідники та їх енергія в електричному полі

Розподіл зарядів у провіднику. Поверхнева густина заряду. Електроємність провідника. Конденсатори. Ємність плоского, циліндричного, сферичного конденсаторів. Електроємність Землі. Ємність системи конденсаторів. Енергія системи електричних зарядів. Енергія зарядженого провідника. Енергія, яка накопичена у конденсаторі, її об'ємна густина.

3.4. Закони постійного струму

Електричний струм та його характеристики. Сила та густина струму. Падіння напруги та електрорушійна сила. Закон Ома. Електропровідність, електричний опір. Закон Джоуля-Ленца. Закони Ома та Джоуля-Ленца у диференціальній формі.

3.5. Класична теорія електропровідності

Носії електричного заряду. Рух носіїв під дією електричного поля. Рухливість носіїв. Закони Ома та Джоуля-Ленца як наслідок з класичної теорії електропровідності.

3.6. Елементи фізичної електроніки

Види електричних емісій. Робота виходу електрона. Термоелектронна емісія та її закони. Електронні лампи – діод та тріод, електронно-променева трубка. Електричний розряд у газах. Пінч-ефект.

1. МОДУЛЬ 1 „МЕХАНІКА”

1.1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ

Основи кінематики

Параметри руху (радіус-вектор, переміщення, швидкість, прискорення).

Положення матеріальної точки (МТ) у системі координат (та в системі відліку) можна дати двома еквівалентними способами: вказати значення всіх трьох координат x, y, z МТ, або вказати значення її радіус - вектора $\vec{r}$, тобто вектора, що проведений у МТ з початку координат $(0,0,0)$. Координати x, y, z МТ є при цьому проекціями радіус-вектора $\vec{r}$ на осі x, y, z . Використовуючи одиничні вектори $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ можна виразити радіус - вектор через його проекції:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

При русі точки її координати та радіус-вектор змінюються з часом. Функціональні залежності координат точки або її радіус - вектора від часу називаються **кінематичними рівняннями руху** матеріальної точки :

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1)$$

або

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (2)$$

Три рівняння (1) є скалярними, а рівняння (2) – векторним.

Траєкторією МТ називається сукупність всіх точок, які проходить точка в процесі руху. Це і є та крива лінія, вздовж якої проходить рух матеріальної точки. Залежно від форми траєкторії говорять про прямолінійний та криволінійний рух, а серед криволінійних - виділяють рух по колу. Механічний рух є відносним: його характер та траєкторія залежить від вибору системи відліку.

Вектор, що з'єднує початкове та кінцеве положення радіус-вектора називається вектором **переміщення** (рис. 1). Вектор переміщення, таким чином, є зміною радіус-вектора чи **приростом радіус-вектора**. Довжина відрізка траєкторії (довжина дуги) з точки 1 в точку 2 називається **шляхом**. Шлях – скалярна величина, на відміну від переміщення, що є векторною величиною. Модуль вектора переміщення завжди за величиною менший або рівний величині шляху. При прямолінійному русі модуль вектора переміщення рівний

пройдену шляху.

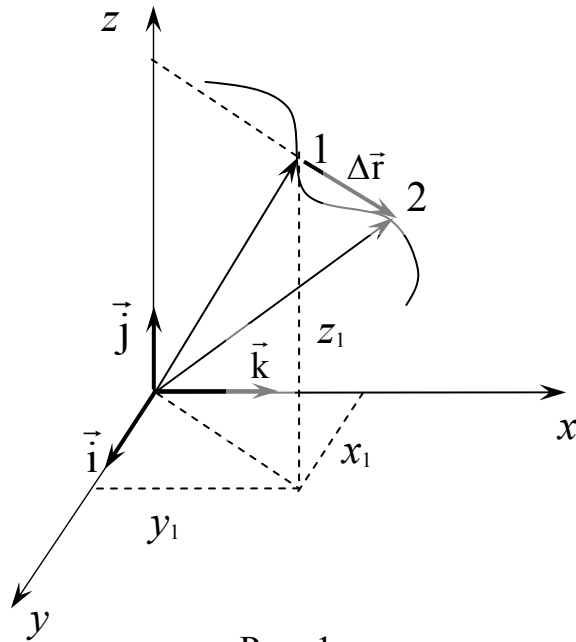


Рис. 1.

Кінематичне рівняння руху матеріальної точки (центра мас твердого тіла) при русі вздовж однієї осі x :

$$x = f(t),$$

де $f(t)$ – деяка функція часу.

Середня шляхова швидкість:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

де Δs – шлях, який пройшла точка за інтервал часу Δt . Шлях Δs на відміну від різниці координат не може зменшуватись і приймати від'ємні значення, тобто $\Delta s \geq 0$.

Миттєва швидкість – це похідна радіус-вектора за часом:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \text{або} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Значення проекції швидкості на одну з осей, наприклад, на вісь x :

$$v_x = \frac{dx}{dt}.$$

Вектор швидкості направлений у кожній точці траєкторії по дотичній, а вираз через проекції вздовж осей має вигляд:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}.$$

Середнє прискорення:

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

Миттєве прискорення:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Кінематичне рівняння руху матеріальної точки по колу:

$$\varphi = f(t), \quad r = R = \text{const}.$$

Кутова швидкість:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Кутове прискорення:

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}.$$

Зв'язок між лінійними та кутовими величинами, які характеризують рух точки по колу:

$$v = \omega \cdot R, \quad a_\tau = \beta \cdot R, \quad a_n = \omega^2 \cdot R,$$

де v – лінійна швидкість; a_τ та a_n – тангенціальне та нормальне прискорення; ω – кутова швидкість; β – кутове прискорення; R – радіус кола.

Повне прискорення $\vec{a}$ точки, що рухається криволінійною траєкторією, може бути знайдене як векторна сума тангенціального прискорення $\vec{a}_\tau$, що спрямоване за дотичною до траєкторії, та нормального прискорення $\vec{a}_n$, що спрямоване до центра кривизни траєкторії (рис. 2):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Оскільки вектори $\vec{a}_\tau$ та $\vec{a}_n$ взаємно перпендикулярні, то модуль повного прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Враховуючи, що тангенціальне та нормальне прискорення точки обчислюються за формулами:

$$a_\tau = \beta R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

де ω – кутова швидкість тіла; β – його кутове прискорення, одержуємо:

$$a = \sqrt{\beta^2 R^2 + (\omega^2 R)^2} = R\sqrt{\beta^2 + \omega^4}.$$

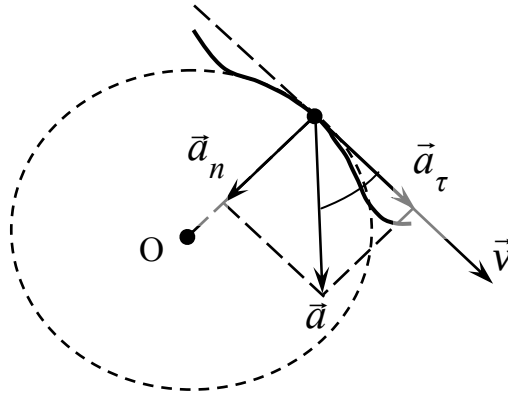


Рис. 2

Кут між повним $\vec{a}$ та нормальним $\vec{a}_n$ прискореннями (рис. 3):

$$\varphi = \arccos(a_n / a).$$

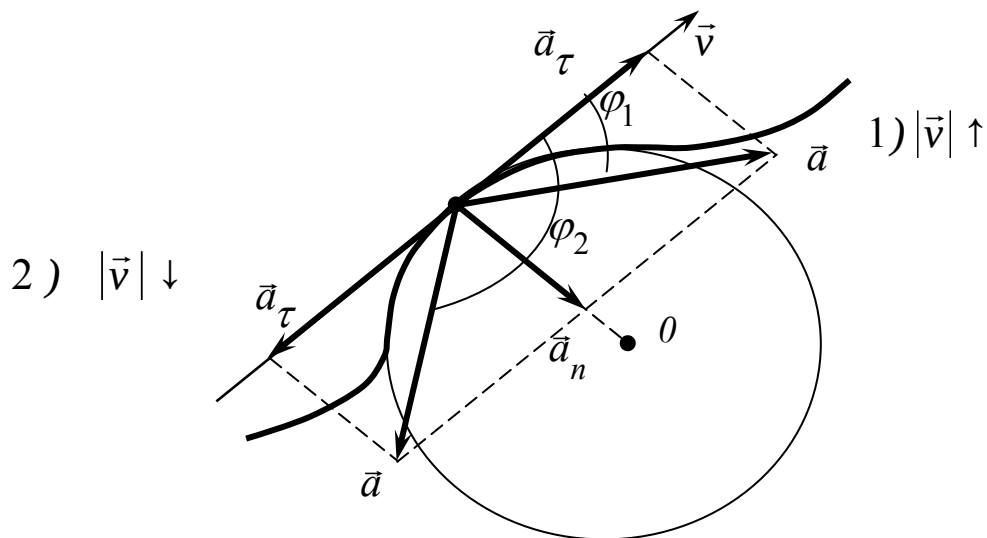


Рис. 3

Кінематичне рівняння гармонічних коливань матеріальної точки:

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi),$$

де x —зміщення; x_m (або A)—амплітуда коливань; ω —колова чи циклічна частота; φ —початкова фаза.

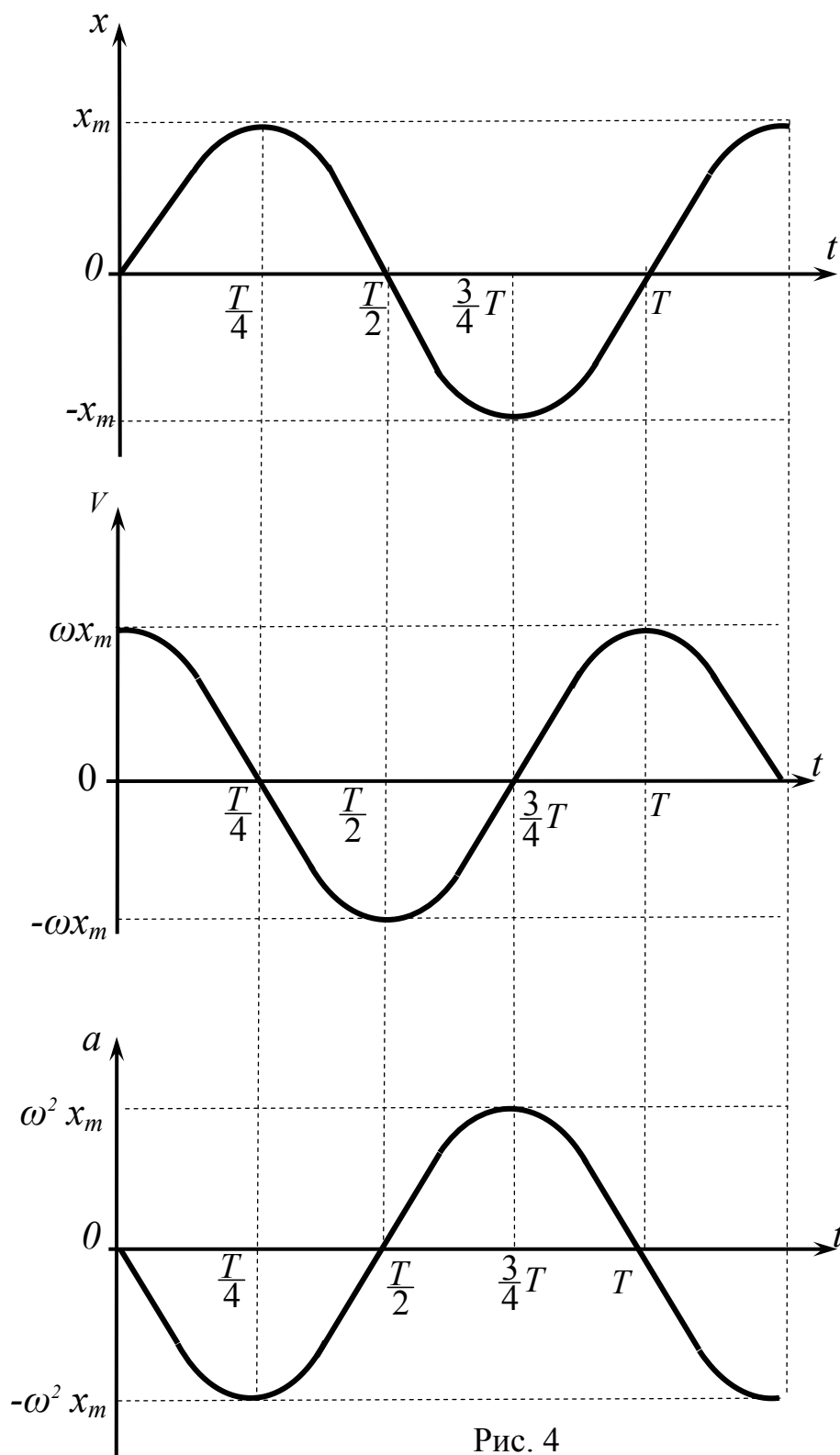


Рис. 4

Швидкість та прискорення матеріальної точки, що бере участь у гармонічних коливаннях (рис. 4):

$$v = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi);$$

$$a = x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi).$$

Додавання гармонічних коливань одного напрямку та однакової частоти з амплітудами A_1 та A_2 :

а) амплітуда результуючого коливання

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) початкова фаза результуючого коливання

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Траєкторія точки, яка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях $[x = A_1 \cos \omega t, y = A_2 \cos(\omega t + \varphi)]$:

а) $y = \left(\frac{A_2}{A_1} \right) x$ – якщо різниця фаз $\varphi = 0$;

б) $y = -\left(\frac{A_2}{A_1} \right) x$ – якщо різниця фаз $\varphi = \pm \pi$;

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$ – якщо різниця фаз $\varphi = \pm \pi/2$.

Рівняння плоскої біжучої хвилі :

$$y = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right),$$

де y – зміщення будь-якої із точок середовища з координатою x у момент часу t ; v – швидкість розповсюдження коливань у середовищі.

Зв'язок різниці фаз $\Delta \varphi$ коливань з відстанню Δx між точками середовища, що відраховані в напрямку розповсюдження коливань:

$$\Delta \varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \Delta x,$$

де λ – довжина хвилі.

Основні закони динаміки

Перший закон Ньютона. Матеріальна точка (тіло) знаходиться в стані спокою або прямолінійного рівномірного руху, якщо на

нього не діють інші тіла, або їх дія скомпенсована. Цей стан – це рух за інерцією. Використовуючи поняття кінематики запишемо це так:

$$\vec{v} = \text{const}, \vec{a} = 0.$$

Механічний рух відносний, а отже його характер залежить від системи відліку. Перший закон Ньютона постулює існування інерціальних систем відліку (ICB). ICB повинна бути зв'язана з тілом відліку, що рухається рівномірно і прямолінійно, або знаходиться в спокої. Будь-яка інша система відліку, що рухається по відношенню до ICB рівномірно і прямолінійно, або знаходиться в спокої – теж ICB. Всі можливі ICB можна одержати з даної ICB перенесенням її початку відліку, поворотами осей координат, або рівномірним поступальним рухом системи координат (перетворення Галілея). Усі ICB рівноправні та еквівалентні, в них виконуються всі закони динаміки Ньютона, закони збереження імпульсу, моменту імпульсу та механічної енергії (принцип відносності Галілея).

Неінерціальну систему відліку визначають як таку систему, що зв'язана з тілом відліку, яке рухається з прискоренням. ICB – це абстракція. Реальні системи відліку тим ближче наближаються до ICB, чим менше прискорення, з яким рухається тіло відліку реальної системи.

Найчастіше мають справу з такими системами відліку:

- 1) система відліку, зв'язана з поверхнею Землі – **геоцентрична (лабораторна) система відліку** – є наближено інерціальною для великого кола явищ, в яких можна знехтувати добовим обертанням Землі навколо власної осі та обертанням навколо Сонця.;
- 2) система відліку, зв'язана з центром Сонця, в якій осі координат направлені на три відомі зірки – **геліоцентрична система відліку** – є зі значно більшою точністю інерціальною системою відліку.

Масою (m) тіла називається скалярна фізична величина, яка є мірою інерційних властивостей тіла при його поступальному русі.

Імпульсом тіла $\vec{p}$ називається векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси тіла на його швидкість. Імпульс матеріальної точки масою m , яка рухається поступально зі швидкістю $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Другий закон Ньютона:

$$\begin{aligned} d\vec{p} &= \vec{F}dt, \text{ або} \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $\vec{F}$ – сила, що діє на тіло. Ця сила може бути і результируючою кількох прикладених до тіла сил. Таким чином, **швидкість зміни імпульсу матеріальної точки дорівнює прикладеній до неї силі:**

Якщо масу тіла вважати постійною, то другий закон Ньютона можна записати так: **прискорення матеріальної точки прямо пропорційне діючій на неї силі і обернено пропорційне її масі:**

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (4)$$

Форма запису другого закону Ньютона (3) є більш загальною, ніж форма (4), тому що при швидкостях руху близьких до швидкості світла у вакуумі ($c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с) маса тіла починає залежати від швидкості, і формула (4) втрачає силу, а формула (3) залишається справедливою. Відмітимо, що другий закон Ньютона виконується тільки в інерціальних системах відліку.

Третій закон Ньютона. Сили взаємодії між двома матеріальними точками рівні за величиною, протилежні за напрямком і направлені вздовж прямої, що з'єднує ці матеріальні точки.

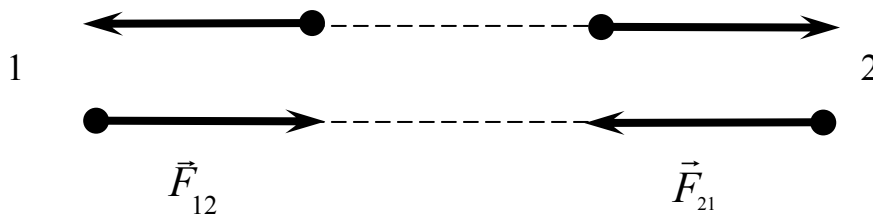


Рис. 5

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

де $\vec{F}_{12}$ – сила, що діє на першу матеріальну точку зі сторони другої,

$\vec{F}_{21}$ – сила, що діє на другу матеріальну точку зі сторони першої.

Відмітимо, що сили, що діють згідно з третім законом Ньютона, не можуть врівноважити одна одну, тому що прикладені до різних матеріальних точок (див. рис. 5 для випадку відштовхування та притягання двох матеріальних точок).

Закон збереження імпульсу. Другий закон Ньютона можна записати та сформулювати так (закон зміни імпульсу): зміна імпульсу матеріальної точки $d\vec{p}$ за проміжок часу dt дорівнює імпульсу сили $\vec{F}dt$, що діє на точку протягом даного проміжку часу:

$$d\vec{p} = \vec{F}dt.$$

Сукупність матеріальних точок (тіл), що розглядається як єдине ціле, називається механічною системою. Механічна система тіл, на яку не діють зовнішні сили, називається **замкненою** (або ізолюваною).

Закон збереження імпульсу замкнутої (ізолюваної) системи:

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}.$$

Імпульс замкнутої системи є величина постійна:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots m_n \vec{v}_n = \text{const},$$

де n – кількість тіл, що утворюють замкнену систему.

Для двох тіл ($n=2$):

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = +m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

де $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ – швидкості тіл у момент часу, який прийнятий за початковий (наприклад, до удару); $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ – швидкості тих самих тіл у момент часу, прийнятий за кінцевий (після удару).

Сили

Сили, які розглядаються в механіці:

а) сили гравітації (взаємодія за законом всесвітнього тяжіння).

Сила притягання між двома матеріальними точками прямо пропорційна добутку мас матеріальних точок і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравітаційна стала; m_1 і m_2 – маси матеріальних точок; r – відстань між ними. Ця сила називається гравітаційною (або силою всесвітнього тяжіння). Гравітаційні сили завжди є силами притягання і направлені вздовж прямої, що проходить через ці дві матеріальні точки, тобто, є центральними. Наслідком дії таких сил є **сила тяжіння** – сила з якою Земля притягує до себе тіла, що знаходяться в полі сил гравітації Землі: $\vec{F} = m\vec{g}$, де $\vec{g}$ – прискорення вільного падіння.

У випадку гравітаційної взаємодії силу можна виразити також через напруженість $\vec{g}$ гравітаційного поля:

$$\vec{F} = m\vec{g};$$

б) сила пружності – виникає при пружних деформаціях і визначається законом Гука:

$$F = k\Delta l,$$

де k – коефіцієнт пружності тіла (у випадку пружини – жорсткість);

Δl – абсолютна деформація; пружна сила спрямована протилежно напрямку деформації. Цей закон записується також у вигляді:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

де $\sigma = \frac{F}{S}$ – механічна напруга, S – площа поперечного перерізу тіла;

E – модуль Юнга (є деформаційною характеристикою даного матеріалу); $\varepsilon = \Delta l / l_0$ – відносна деформація (l_0 – початкова довжина тіла);

в) сила тертя (зовнішнього) – сила, що виникає на поверхні двох твердих тіл, що контактують, і спрямована по дотичній до поверхні контакту в сторону, протилежну напрямку, чи можливому напрямку руху тіла. Зовнішнє (сухе) тертя виникає при відносному переміщенні двох поверхонь твердих тіл, що контактують (тертя ковзання, кочення) або при спробах викликати таке переміщення (тертя спокою). Внутрішнє тертя спостерігається при відносному переміщенні частин одного і того ж суцільного тіла (рідини або газу). Сили внутрішнього тертя виникають, наприклад, при русі твердого тіла в рідині чи газі.

Сила тертя ковзання визначається за формулою

$$F = \mu N,$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання; N – сила нормального тиску.

Механічна робота та енергія. Кінетична і потенціальна енергія. Повна механічна енергія

Енергією називається скалярна фізична величина, яка є універсальною кількісною мірою різних форм руху матерії. Різним формам руху матерії відповідають різні види енергії. Так, механічній формі руху матерії відповідає механічна енергія, тепловій формі руху – теплова енергія тощо. Запас енергії характеризує здатність тіла виконувати роботу. Робота A , яка виконується зовнішніми силами, визначається як міра зміни енергії системи:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1.$$

Робота, яку здійснює постійна за величиною та напрямком сила $\vec{F}$ при переміщенні тіла на прямолінійній ділянці шляху S , визначається скалярним добутком вектора сили $\vec{F}$ і вектора переміщення $\vec{S}$.

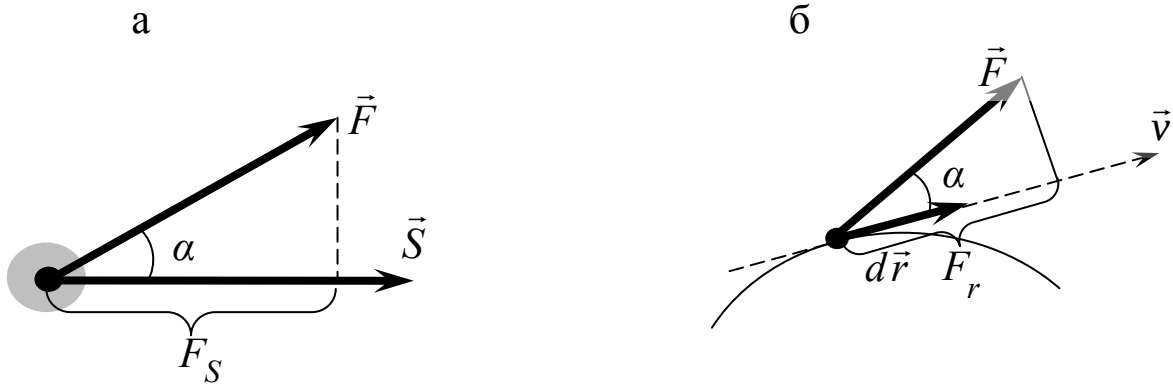


Рис. 6

$$A = (\vec{F} \vec{S}) = FS \cos \alpha = F_s S, \quad (5)$$

де α – кут між векторами сили $\vec{F}$ і переміщення $\vec{S}$; $F_s = F \cos \alpha$ – проекція сили на напрямок переміщення (рис. 6, а).

Робота є скалярною величиною, вона може бути додатною, від'ємною або рівною нулю.

У загальному випадку руху тіла по криволінійній траєкторії під дією **змінної сили** $\vec{F}$ спочатку знаходять елементарну роботу dA на довільному елементарному переміщенні $d\vec{r}$ (рис.6, б). Елементарна робота дорівнює скалярному добутку вектора сили на вектор переміщення:

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F_r dr. \quad (6)$$

Сумарну роботу A сили $\vec{F}$ на ділянці траєкторії від точки 1 до точки 2 знаходять інтегруванням:

$$A = \int_1^2 dA = \int_1^2 F_r dr. \quad (7)$$

Одиницею роботи в СІ є 1 джоуль (1 Дж):

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}.$$

Консервативною називають силу, робота якої визначається тільки початковим і кінцевим положенням тіла на траєкторії і не

залежить від форми траєкторії. Робота консервативних сил по замкненій траєкторії дорівнює нулю. Прикладом консервативних сил є сили тяжіння, сили пружності. Прикладом **неконсервативних (дисипативних)** сил є сили тертя (сили опору).

Фізична величина, яка дорівнює відношенню роботи dA до проміжку часу dt , за який ця робота виконується, називається **потужністю**:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{d(\vec{F}d\vec{r})}{dt} = \vec{F} \vec{v} = F v \cos \alpha. \quad (8)$$

Одиниця потужності в СІ – 1 ват (1 Вт):

$$1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}.$$

Кінетична і потенціальна енергія. Повна механічна енергія

У механіці розглядають два види енергії: **кінетичну** енергію $W_{\hat{e}}$ (енергію руху) і **потенціальну** енергію $W_{\hat{i}}$ (енергію взаємодії).

Повна механічна енергія тіла (системи тіл) W складається із суми кінетичної і потенціальної енергій:

$$W_{\hat{e}} + W_{\hat{i}} = W. \quad (9)$$

Кінетична енергія тіла масою m , яке рухається поступально з швидкістю v , визначається за формулою:

$$W_{\hat{e}} = \frac{m v^2}{2} = \frac{p^2}{2m}. \quad (10)$$

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі, визначається за формулою:

$$W_{\hat{e}} = \frac{J \omega^2}{2}, \quad (11)$$

де J – момент інерції тіла відносно осі обертання; ω – кутова швидкість обертання.

Якщо тіло масою m одночасно рухається поступально і обертально, то

$$W_{\hat{e}} = \frac{m v_{\tilde{n}}^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2}, \quad (12)$$

де $v_{\tilde{n}}$ – швидкість центра мас.

Потенціальна енергія – це енергія системи взаємодіючих тіл (тіло підняте над Землею в системі “Земля – тіло”), або системи взаємодіючих частинок окремого тіла (пружно–деформоване тіло).

Потенціальна енергія залежить від природи сил взаємодії і від конфігурації системи.

Різним видам взаємодії відповідають різні формули для потенціальної енергії. Приклади потенціальної енергії різних взаємодій у механіці:

а) потенціальна енергія гравітаційної взаємодії двох матеріальних точок, що знаходяться на відстані r :

$$W_n = -G \frac{m_1 m_2}{r}; \quad (13)$$

б) потенціальна енергія тіла масою m , яке знаходиться в однорідному полі сили тяжіння Землі, тобто піднятого над поверхнею Землі на висоту h (формула дійсна за умови $h \ll R_3$, де R_3 – радіус Землі; поверхня Землі прийнята за нульовий рівень):

$$W_n = mgh;$$

в) потенціальна енергія пружно – деформованого тіла:

$$W_n = \frac{kx^2}{2},$$

де x – величина деформації, k – коефіцієнт пружності.

Закон збереження механічної енергії: Повна механічна енергія замкненої системи тіл, в якій діють тільки консервативні сили, є величина стала:

$$W_e + W_i = W = const.$$

Основний закон динаміки обертального руху

Обертання твердого тіла, при якому тільки одна точка залишається нерухомою, називається обертанням навколо нерухомої точки. Таке обертання тіла можна розглядати в будь–який момент часу як обертання тіла навколо миттєвої осі обертання.

Обертальну дію сили характеризують фізичною величиною – **моментом сили**. Момент сили – це вектор, напрямком якого в просторі зв’язаний з обертанням – аксіальний вектор.

Моментом сили відносно нерухомої точки O називається фізична величина, що визначається векторним добутком радіус–вектора $\vec{r}$, проведеного з точки O в точку A прикладання сили, на вектор сили $\vec{F}$ (рис. 7):

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]. \quad (14)$$

Вектор моменту сили $\vec{M}$ направлений перпендикулярно до площини векторів $\vec{r}$ і $\vec{F}$. Його напрямок визначається правилом правого гвинта при його обертанні від $\vec{r}$ до $\vec{F}$. Модуль моменту сили дорівнює добутку сили F на плече l :

$$M = Fr \sin \alpha = Fl, \quad (15)$$

де α —гострий кут між векторами $\vec{r}$ і $\vec{F}$; $l = r \sin \alpha$ —найкоротша відстань між лінією дії сили F і точкою O — *плече сили*.

Моментом сили відносно нерухомої осі Z називається скалярна величина M_z , яка дорівнює проекції на цю вісь вектора моменту сили $\vec{M}$, визначеного відносно довільної точки O , вибраної на цій осі (рис.8).

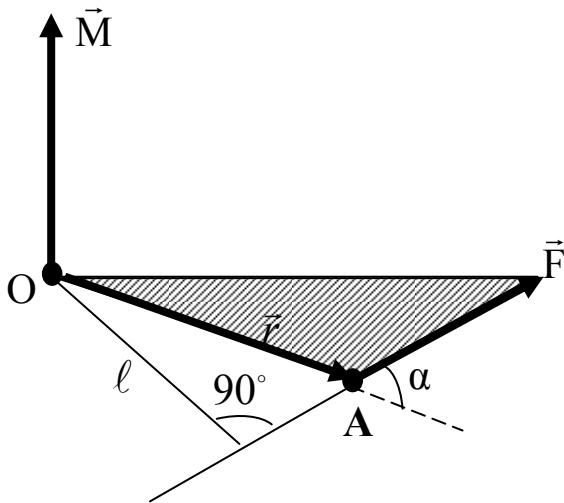


Рис.7

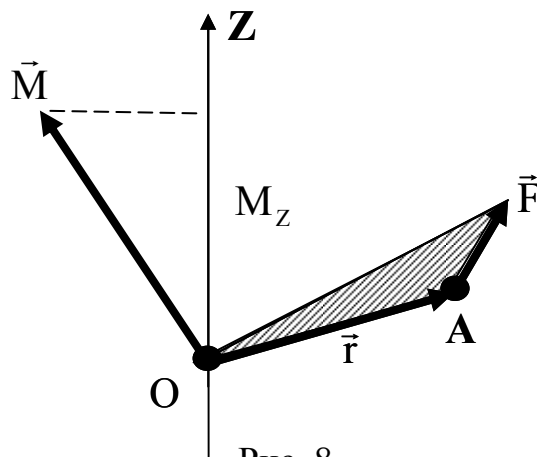


Рис. 8

Мірою інертності тіла при обертальному русі є динамічна характеристика обертання — **момент інерції J** .

Моментом інерції тіла (система матеріальних точок) відносно даної осі називається фізична скалярна величина, яка дорівнює сумі моментів інерції всіх матеріальних точок, з яких складається тіло:

$$J = \sum_{i=1}^{i=n} J_i = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2, \quad (16)$$

де $J_i = m_i r_i^2$ момент інерції матеріальної точки відносно даної осі.

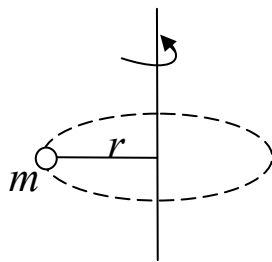
У випадку неперервного розподілу маси в тілі ця сума зводиться до інтеграла:

$$J = \int r^2 dm, \quad (17)$$

де інтегрування виконується по всьому об'єму тіла.

Наведемо приклади моментів інерції деяких однорідних тіл правильної геометричної форми (вісь обертання проходить через центр мас).

1. Момент інерції матеріальної точки (рис. 9):



$$J = m r^2. \quad (18)$$

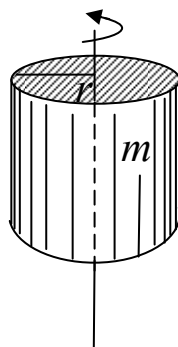
Рис. 9

2. Момент інерції обруча (тонкостінного циліндра) відносно осі, що проходить перпендикулярно площині обруча в центрі кола (вісь збігається з віссю циліндра):

$$J = mR^2;$$

де R —радіус обруча (циліндра);

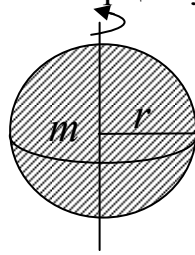
3. Момент інерції однорідного диска (або циліндра) радіусом R відносно осі, яка перпендикулярна площині диска (або циліндра), та збігається з геометричною віссю (віссю симетрії) (рис. 10):



$$J = \frac{1}{2} m r^2. \quad (19)$$

Рис. 10

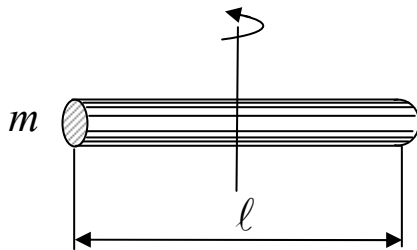
3. Момент інерції кулі (рис 11):



$$J = \frac{2}{5} m r^2 . \quad (20)$$

Рис. 11

4. Момент інерції стержня довжиною l відносно осі, що проходить перпендикулярно стержню, посередині його рис. 12:

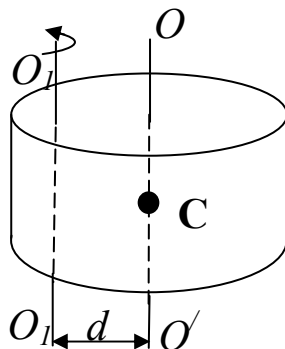


$$J = \frac{1}{12} m l^2 . \quad (21)$$

Рис. 12

Якщо відомий момент інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр мас, то момент інерції відносно будь-якої паралельної осі визначається **теоремою Штейнера**:

момент інерції J тіла відносно довільної осі дорівнює його моменту інерції J_c відносно паралельної осі, що проходить через центр мас C тіла плюс добуток маси тіла на квадрат відстані d між осями (рис. 13)



$$J = J_c + m d^2 . \quad (22)$$

Рис. 13

Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі записується так:

$$M_z = J_z \beta, \quad (23)$$

де M_z – момент сили відносно осі Z ; J_z – момент інерції тіла відносно осі Z ; $\beta = d\omega/dt$ – кутове прискорення тіла.

Якщо вісь Z збігається з головною віссю інерції тіла, яка проходить через центр мас, то має місце векторна рівність

$$\vec{M} = J\vec{\beta}. \quad (24)$$

Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу

Момент імпульсу твердого тіла L_z відносно нерухомої осі Z – фізична величина, яка дорівнює добутку моменту інерції тіла на його кутову швидкість:

$$L_z = J_z \omega. \quad (25)$$

У випадку обертання тіла навколо нерухомої осі, що проходить через його центр мас, момент імпульсу обчислюється за формулою:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}. \quad (26)$$

Введення вектора моменту імпульсу дозволяє записати **основне рівняння** динаміки обертального руху у більш загальній формі, подібній до рівняння Ньютона для поступального руху:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \quad (27)$$

Для замкненої системи момент зовнішніх сил $\vec{M} = 0$, тоді $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, звідки

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}. \quad (28)$$

Цей вираз являє собою **закон збереження моменту імпульсу**: момент імпульсу замкненої системи є величина стала, тобто не змінюється з часом.

1.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж деякої осі має вигляд $x = A + Bt + Ct^2$, де $A=5$ м, $B=1$ м/с, $C=-0,5$ м/с³. Знайти координату x , швидкість V та прискорення a точки в довільний момент часу t та в момент часу $t_1=5$ с.

Розв'язання. Запишемо координату x з урахуванням числових значень коефіцієнтів A , B та C : $x = 5 + t - 0,5t^2$, що для моменту часу $t = t_1 = 5$ с дасть $x(5) = 5 + 5 - 0,5(5)^2 = -2,5$ м.

Миттєва швидкість є перша похідна від координати за часом:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 1 - t, \quad v_x = dx/dt = 1 - t; \text{ а для } t = t_1 = 5 \text{ с швидкість буде}$$

дорівнювати $v = v_x = 1 - 5 = -4 \text{ м/с}$.

Прискорення точки знайдемо, якщо візьмемо першу похідну від швидкості за часом:

$a = a_x = dv_x/dt = -1$, тобто прискорення за величиною є постійним і дорівнює 1 м/с^2 .

Рух цієї матеріальної точки буде починатись у точці з координатою 5 м від початку координат, початкова швидкість становить 1 м/с , а прискорення дорівнює -1 м/с^2 . Знак “-” для значення прискорення свідчить про те, що вектори швидкості та прискорення в початковий момент часу направлені в різні сторони. Подібним рівнянням буде описуватись рух тіла, що кинуте вертикально вгору з деякої висоти. При цьому вектор початкової швидкості теж буде направлений вертикально вгору, а вектор прискорення (прискорення вільного падіння g) – вертикально вниз. Спочатку рух при цьому буде рівноуповільнений, а після досягнення найбільшої висоти почнеться рівноприскорений рух вниз.

Приклад 2. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 10 \text{ рад}$, $B = 20 \text{ рад/с}$, $C = -2 \text{ рад/с}^2$. Знайти повне прискорення точки, яка знаходиться на відстані $r = 0,1 \text{ м}$ від осі обертання, для моменту часу $t = 4 \text{ с}$.

Розв’язання. Повне прискорення $\vec{a}$ точки, що рухається по кривій лінії, може бути знайдено, як геометрична сума тангенціального прискорення $\vec{a}_\tau$, що направлене по дотичній до траєкторії, та нормального прискорення $\vec{a}_n$, що направлене до центра кривизни траєкторії:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Оскільки вектори $\vec{a}_\tau$ та $\vec{a}_n$ взаємно перпендикулярні, то модуль прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1)$$

Тангенціальне та нормальне прискорення точки тіла, що обертається, виражаються формулами :

$$a_\tau = \beta r, \quad a_n = \omega^2 r, \quad (2)$$

де ω – кутова швидкість тіла; β – його кутове прискорення.

Підставивши вирази (2) у формулу (1), знаходимо:

$$a = \sqrt{\beta^2 r^2 + (\omega^2 r)^2} = r \sqrt{\beta^2 + \omega^4}. \quad (3)$$

Кутову швидкість ω знайдемо, взявши першу похідну кута повороту за часом:

$$\omega = d\varphi/dt = B + 2Ct.$$

У момент часу $t = 4$ с кутова швидкість:

$$\omega = 20 + 2(-2)4 \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с}.$$

Кутове прискорення знайдемо, якщо візьмемо похідну від кутової швидкості за часом:

$$\beta = d\omega/dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Підставивши значення ω, β, r у формулу (3), отримаємо значення повного прискорення:

$$a = 0,1 \sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ (м/с}^2\text{)} = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 3. Визначити силу натягу канату при підніманні вантажу масою 1,5 т, якщо за 2 с від початку руху швидкість зросла від 0 до 3,6 м/с.

Розв’язання. При підніманні вантажу з прискоренням на нього діють дві сили: сила тяжіння mg , яка направлена вертикально вниз, та сила натягу канату T , що діє вертикально вгору. Під дією результуючої цих сил вантаж буде рухатися прискорено. Якщо взяти напрямом вгору за позитивний, то згідно з другим законом Ньютона можна записати:

$$T - mg = ma \text{ або } T = m(g + a). \quad (1)$$

Прискорення при рівноприскореному русі визначається із співвідношення:

$$a = \frac{v_t - v_0}{t}, \quad (2)$$

де v_0 – початкова швидкість; v_t – кінцева швидкість; t – час, за який пройшла зміна швидкості.

Якщо початкова швидкість дорівнює нулю, то

$$a = \frac{v_t}{t}. \quad (3)$$

Підставивши в формулу (1) вираз для a із (3), отримаємо:

$$T = m \left(g + \frac{v_t}{t} \right). \quad (4)$$

Виразимо числові значення величин у системі СІ:

$$m = 1,5 \text{ т} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг}, \quad v_t = 3,6 \text{ м/с}, \quad t = 2 \text{ с}:$$

Перевіряємо одиниці правої та лівої частин розрахункової формули (4), для того, щоб переконатись, що вони збігаються. Для цього підставляємо в формулу замість величин їх одиниці в системі СІ:

$$H = \text{кг}(\text{м}/\text{с}^2 + \text{м}/\text{с} \cdot \text{с}) = (\text{кг} \cdot \text{м})/\text{с}^2 = \text{Н}.$$

Підставимо числові значення в розрахункову формулу (4) і підрахуємо:

$$T = 1,50 \cdot 10^3 (9,81 + 3,60/2) \text{ Н} = 1,74 \cdot 10^4 \text{ Н} = 17,4 \text{ кН}.$$

Приклад 4. Маховик у вигляді суцільного диска масою 80 кг та радіусом 50 см почав обертатися рівноприскорено під дією обертального моменту 20 Н·м. Визначити: 1) кутове прискорення; 2) кінетичну енергію, яку одержав маховик за час 10 с від початку обертання.

Розв’язання. 1. З основного рівняння динаміки обертального руху:

$$M = J \cdot \beta,$$

де J – момент інерції маховика; β – кутове прискорення, отримуємо:

$$\beta = \frac{M}{J}. \quad (1)$$

Як відомо, момент інерції диска або циліндра відносно осі, яка збігається з геометричною віссю диска, визначається за формулою

$$J = \frac{1}{2} m R^2. \quad (2)$$

Якщо підставити вираз для J із (2) в (1), то одержимо:

$$\beta = \frac{2M}{m R^2}. \quad (3)$$

Виразимо величини в одиницях СІ: $M = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $m = 80 \text{ кг}$; $R = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$. Перевіримо одиниці правої та лівої частин розрахункової формули (3):

$$1/\text{с}^2 = \text{кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2), \quad 1/\text{с}^2 = 1/\text{с}^2.$$

Проведемо обчислення:

$$\beta = \frac{2 \cdot 20}{80 \cdot 0,5^2} \text{ рад}/\text{с}^2.$$

2. Кінетична енергія тіла, що обертається, виражається формулою:

$$T = \frac{J \omega^2}{2}, \quad (4)$$

де ω – кутова швидкість тіла.

При рівноприскореному обертанні кутова швидкість зв’язана з кутовим прискоренням співвідношенням

$$\beta = \frac{\omega_t - \omega_0}{t}, \quad (5)$$

де ω_t —кутова швидкість у момент часу t ; ω_0 —початкова кутова швидкість.

Оскільки за умовою задачі $\omega_0 = 0$, то з рівняння (5) отримаємо:

$$\omega_t = \beta t. \quad (6)$$

Підставляючи вираз для (6) та (2) в (4), маємо:

$$T = \frac{1}{2} m R^2 \frac{\beta^2 t^2}{2} = \frac{m}{4} (R \beta t)^2. \quad (7)$$

Перевіряємо одиниці правої та лівої частин формули (7):

$$\text{Дж} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2 / \text{с}^4 = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м} / \text{с}^2 = \text{Н} \cdot \text{м}, \quad \text{Дж} = \text{Дж}.$$

Вирахуємо:

$$T = \frac{80 \cdot (0,5 \cdot 2 \cdot 10)^2}{4} = 2 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 2 \text{ кДж}.$$

1.3. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №1

МОДУЛЬ 1 „МЕХАНІКА”

101-110. Матеріальна точка рухається вздовж прямої. Рівняння руху точки $X = A + B t + C t^2 + D t^3$, де A, B, C, D —параметри, які вказані нижче для кожного варіанта в таблиці для цієї задачі.

1. Знайти значення швидкості та прискорення точки в довільний момент часу (миттєва швидкість та прискорення).

2. Знайти значення швидкості та прискорення точки через t_1 секунд після початку руху. Значення моменту часу t_1 для кожного варіанта наведено в таблиці.

3. Дати графічне зображення в масштабі залежності координати швидкості та прискорення від часу. По осі часу відкласти значення від 0 до моменту часу t_1 , вказаного в таблиці для кожного варіанта.

Значення параметрів для задач № 101-110

Варіант	Задача	A, м	B, м /с	C, м /с ²	D, м /с ³	t_1 , с
1	101	0	-50	0,5	0,2	10
2	102	100	0	4	-1	6
3	103	150	10	0	-2	5
4	104	100	20	-5	0	10
5	105	100	5	2	-0,1	8
6	106	100	0	5	-2	5
7	107	20	10	0	-1	5
8	108	-50	-10	2	0	10
9	109	20	20	-5	0	10
0	110	200	2	2	-2	5

111-120. Матеріальна точка рухається по колу радіусом R . Рівняння руху точки $\varphi = A + B t + C t^2 + D t^3$, де A, B, C, D —параметри, які вказані нижче для кожного варіанта в таблиці.

1. Визначити значення кутової швидкості в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1 , вказаного в таблиці для кожного варіанта.
2. Знайти лінійну швидкість точки в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1 , вказаного в таблиці для кожного варіанта.
3. Визначити значення тангенціального прискорення в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1 , вказаного в таблиці для кожного варіанта.
4. Визначити значення нормального прискорення в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1 , вказаного в таблиці для кожного варіанта.

5. Знайти повне прискорення точки в довільний момент часу, а також для моменту часу t_1 , вказаного в таблиці для кожного варіанта.
6. Визначити кут між векторами швидкості та повного прискорення в момент часу t_1 .
7. Зобразити на рисунку в масштабі вектори швидкості та тангенціального, нормального і повного прискорення в момент часу t_1 .

Значення параметрів для задач № 111-120

Варіант	Задача	A , рад	B , рад/с	C , рад/с ²	D , рад/с ³	t_1 , с	R , м
1	111	$0,5\pi$	0	$0,5\pi$	$-0,1\pi$	3	1
2	112	$1,5\pi$	π	$-0,5\pi$	$0,2\pi$	2	2
3	113	$1,0\pi$	$0,5\pi$	$-\pi$	$0,1\pi$	5	1
4	114	$0,5\pi$	$1,5\pi$	$0,5\pi$	$-0,2\pi$	2	2
5	115	2π	$0,5\pi$	$-0,5\pi$	$-0,1\pi$	3	5
6	116	$0,5\pi$	$0,5\pi$	π	$0,1\pi$	2	2
7	117	2π	π	$-\pi$	$0,5\pi$	4	3
8	118	$0,5\pi$	$0,5\pi$	0π	$-0,1\pi$	2	2
9	119	2π	$0,5\pi$	$-0,5\pi$	$0,2\pi$	3	1
0	120	$0,5\pi$	π	$-\pi$	$-0,1\pi$	5	2

121. Чому дорівнює коефіцієнт тертя коліс трактора об ґрунтову дорогу, якщо при швидкості 36 км / год гальмівний шлях дорівнює 10 м?

122. Через нерухомий блок перекинута тонка нерозтяжна нитка, на кінцях якої підвішені два тягарці масами $m_1 = 0,1$ кг та $m_2 = 0,2$ кг. З яким прискоренням почнуть рухатись тягарці після того, як їх відпустили? Який шлях пройде кожен із них за першу секунду руху? Масою блока та тертям у блоці знехтувати.

123. З яким максимальним прискоренням може рухатись автомобіль при русі вгору по ділянці дороги з кутом нахилу 20° , якщо коефіцієнт зчеплення коліс з покриттям дороги 0,5? Який шлях пройде автомобіль за 10 с, якщо в момент початку підйому його швидкість дорівнювала 72 км/год ?

124. Вантажна машина масою 3 т їде зі швидкістю 36 км/год. Якої величини гальмівна сила може зупинити її на відстані 50 м? Чому дорівнює при цьому коефіцієнт опору руху?

125. Трактор масою 10 т рушає з місця і протягом 10 с. досягає швидкості 18 км/год. Яку силу тяги розвиває мотор трактора, якщо коефіцієнт опору 0,05, а рух рівноприскорений.

126. Якою має бути частота обертання диска (в обертах за секунду) в дисковому розкидачі добрив, щоб добриво, яке падає на відстані 10 см від осі, розкидалося по полю? Коефіцієнт тертя 0,83.

127. При будівництві ферми вантаж масою 200 кг було піднято за допомогою канату вертикально вгору протягом 5 с на висоту 25 м. Визначити силу натягу канату, якщо рух був рівноприскореним.

128. Автомобіль масою 2 т проїжджає зі швидкістю 36 км/год по опуклому мосту з радіусом кривизни 50 м. З якою силою тисне автомобіль у верхній точці моста? Прискорення вільного падіння взяти 10 м/с^2 .

129. Штучний супутник рухається по колу на орбіті навколо Землі на висоті 600 км. Визначити швидкість його руху. Прийняти радіус Землі $6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$, а масу Землі $6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$.

130. З якою силою тисне на підлогу ліфта людина масою 80 кг, якщо ліфт почав рухатися з прискоренням 2 м/с^2 ; а) вверх б) вниз?

131. З висоти $h=3 \text{ м}$ на стальну плиту вільно падає кулька масою $m=0,5 \text{ кг}$ і підстрибує на висоту $h_1=2 \text{ м}$. Визначити зміну імпульсу кульки при ударі. Чому дорівнювала б ця зміна при абсолютно пружному ударі?

132. При горизонтальному польоті зі швидкістю 250 м/с снаряд масою 6 кг розірвався на дві частини. Більша частина масою 4 кг одержала швидкість 400 м/с у напрямку польоту снаряда. Визначити модуль і напрямок швидкості меншої частини снаряда.

133. Визначити імпульс, який отримає стінка при ударі об неї кульки масою 0,3 кг, якщо кулька рухалася зі швидкістю 10 м/с під кутом 60° до площини стінки. Удар об стінку вважати абсолютно пружним.

134. Кулька масою $m_1 = 0,1 \text{ кг}$ рухається зі швидкістю $V_1 = 4 \text{ м/с}$ і зіштовхується з кулькою масою $m_2=0,05\text{кг}$, що рухається назустріч їй зі швидкістю $V_2 = 3 \text{ м/с}$. Які швидкості u_1 і u_2 кульок після удару? Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

135. Кулька масою $m_1 = 0,1 \text{ кг}$ зіштовхується з масивнішою кулькою, що знаходиться у стані спокою і при цьому втрачає 40 % кінетичної енергії. Визначити масу m_2 більшої кульки. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

136-140. Металева кулька масою m_1 , що рухалася зі швидкістю V_1 зіткнулася з пластиліновою кулькою масою m_2 , яка рухалась зі швидкістю V_2 . Вважаючи удар абсолютно непружним (кульки в наступний момент після удару почали рухатись разом, тобто з однією швидкістю), прямим, центральним, необхідно:

- 1) визначити швидкість руху кульок після зіткнення;
- 2) знайти, яка частина механічної енергії при цьому перетворилась у теплову.

Розглянути задачу в загальному (в аналітичному) вигляді та для значень, що вказані в таблиці до цієї задачі. Від'ємне значення швидкості (алгебраїчне значення) V_2 свідчить про те, що друга кулька рухається назустріч першій, а позитивні значення швидкостей – про те, що одна з кульок наздоганяє іншу.

Значення параметрів для задач № 136-140

Варіант	Задача	m_1 , кг	m_2 , кг	V_1 , м/с	V_2 , м/с
6	136	0,2	0,05	10	4
7	137	0,5	0,03	5	1
8	138	0,3	0,1	5	-5
9	139	0,4	0,04	10	-4
0	140	0,1	0,02	8	0

141. Пружина жорсткістю 600 Н/м стиснута силою 100 Н. Визначити роботу зовнішньої сили, що додатково стисне цю пружину ще на 3 см.

142. Яку роботу треба виконати, щоб пружину жорсткістю 800 Н /м: а) стиснути на 8 см; б) додатково стиснути ще на 4 см?

143. Якщо на верхній кінець вертикально розміщеної спіральної пружини покласти вантаж, то пружина стиснеться на 3 см. Наскільки стисне пружину той же вантаж, якщо він впаде на кінець цієї пружини з висоти 8 см?

144. Налетівши на пружинний буфер, вагон масою 20 т, що рухався зі швидкістю 0,6 м/с, зупинився, стиснувши пружину на 8 см. Знайти жорсткість пружин буфера.

145. Якої маси віз може везти кінь, розвиваючи силу тяги 500 Н, якщо коефіцієнт опору руху дорівнює 0,05? Яку роботу треба виконати, щоб перевезти віз на відстань 10 м а) з постійною швидкістю 18 км/год; б) із прискоренням, збільшуючи швидкість на цьому шляху від 18 до 36 км/год?

146. Підйомник елеватора масою 1 т починає підніматися з прискоренням 2 м/с². Визначити роботу, що виконується за перші 5 с. підйому.

147. Визначити силу натягу канату при підніманні вантажу масою 103 кг, якщо за 5 с від початку руху швидкість зросла до 10 м/с. Яку роботу проти сил гравітації при цьому виконано?

148. Трактор масою 5 т, що рухається рівноуповільнено з початковою швидкістю 36 км/год під дією сили тертя 104Н зупиняється. Знайти шлях до зупинки та роботу сил тертя.

149. Яку потужність повинен розвинути трактор при переміщенні причепа масою 3 т вгору по схилу з кутом нахилу 30° зі швидкістю 1 м/с, якщо коефіцієнт тертя (опору руху) причепа рівний 0,4?

150. Знайти роботу, яку потрібно виконати при підніманні вантажу масою 100 кг по похилій площині з кутом нахилу 45° на відстань 16 м рівноприскорено, якщо час піднімання без початкової швидкості 4 с, а коефіцієнт тертя 0,1?

151. Визначити напруженість гравітаційного поля на довільній висоті та на висоті 10 км, 100 км і 1000 км над поверхнею Землі. Вважати відомими прискорення вільного падіння біля поверхні Землі та її радіус.

152. Яка робота буде виконана силами гравітаційного поля при падінні на Землю тіла масою 1 кг: а) з висоти $h = 1000$ км; б) з нескінченності?

153. З нескінченності на поверхню Землі падає метеорит масою 100 кг. Визначити роботу, що буде виконана силами гравітаційного поля Землі. Прискорення вільного падіння і радіус Землі вважати відомими.

154. З поверхні Землі вертикально вгору запущена ракета зі швидкістю 5 км/с. На яку висоту вона підніметься?

155. По орбіті навколо Землі обертається супутник з періодом обертання 65 хв. Визначити висоту знаходження супутника. Орбіту вважати близькою до кола. Прискорення вільного падіння та радіус Землі вважати відомими.

156. На якій відстані від центра Землі знаходиться точка, в якій напруженість сумарного гравітаційного поля Землі і Місяця дорівнює нулю? Прийняти, що маса Землі в 81 раз більше за масу Місяця, а відстань між центрами Землі та Місяця рівна 60 радіусам Землі.

157. Супутник обертається навколо Землі по коловій орбіті на висоті 520 км. Визначити період обертання супутника. Прискорення вільного падіння та радіус Землі вважати відомими.

158. Визначити лінійну та кутову швидкості супутника Землі, що обертається по коловій орбіті на висоті 1000 км. Прискорення вільного падіння та радіус Землі вважати відомими.

159. У скільки разів зменшиться сила притягання до Землі космічної ракети при віддаленні її від поверхні Землі на відстань, що дорівнює радіусу Землі? Яка робота буде виконана проти сил гравітації при цьому?

160. Визначити масу Землі, якщо відомо, що штучний супутник Землі з періодом обертання 106 хв має радіус колової орбіти 1000 км?

161-165. Маховик у вигляді суцільного диска, маса якого m , а діаметр основи D , обертається згідно з рівнянням $\varphi = At + Bt^2 + Ct^3$, де

значення всіх параметрів вказані для кожного варіанта в таблиці, що наведена нижче.

1. Знайти значення швидкості та прискорення точки на відстані $D/2$ від осі (на поверхні диска) у довільний момент часу (миттєва швидкість та прискорення) та в момент часу t_1 , що вказаний у таблиці.

2. Знайти кінетичну енергію маховика в довільний момент часу та в момент часу t_1 , що вказаний у таблиці.

3. Визначити обертальний момент сили, що діє на маховик у довільний момент часу t та в момент часу t_1 , що вказаний у таблиці.

Варіант	Задача	M , кг	D , м	A , рад/с	B , рад/с ²	C , рад/с ³	t_1 , с
1	161	0,1	0,05	$1,0\pi$	0	$0,2\pi$	10
2	162	0,5	0,1	0	$2,0\pi$	$0,1\pi$	10
3	163	0,2	0,04	$0,5\pi$	0	$0,1\pi$	5
4	164	0,3	0,09	0	$4,0\pi$	$0,25\pi$	5
5	165	0,4	0,2	$1,5\pi$	0	$0,25\pi$	5

166. На обід маховика радіусом 40 см намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний тягарець масою 2 кг. Визначити момент інерції маховика, якщо він, обертаючись рівноприскорено під дією сили ваги тягарця за час 3 с від початку руху, набрав кутову швидкість 9 рад/с.

167. Нитка з прив'язаними до її кінців тягарцями масою 0,05 кг та 0,07 кг перекинута через блок діаметром 4 см. Визначити момент інерції блока, якщо під дією сили ваги тягарців він отримав кутове прискорення 2 рад/с².

168. Стержень обертається навколо осі, що проходить через його середину згідно з рівнянням $\varphi = At + Bt^3$, де $A = 2$ рад/с; $B = 0,2$ рад/с³. Визначити обертальний момент, що діє на стержень через 2 с після початку обертання, якщо момент інерції стержня 0,1 кг·м².

169. Блок, що має форму диска масою 0,4 кг, обертається під дією сили натягу нитки, до кінців якої підвішені тягарці масами 0,3 кг та 0,7 кг. Визначити сили натягу нитки по обидві сторони блока.

170. На краю платформи у вигляді диска, що обертається по інерції навколо вертикальної осі з частотою 8 хв⁻¹, стоїть людина масою 70 кг. Коли людина перейшла в центр платформи, вона стала обертатися з частотою 10 хв⁻¹. Визначити масу платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

171. Визначити максимальне прискорення матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання з амплітудою 0,1 м, якщо найбільша

швидкість точки 10 м/с. Написати рівняння коливань та зобразити графічно залежності зміщення, швидкості, прискорення точки від часу.

172. Знайти максимальну швидкість матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання з амплітудою 0,3 м, якщо максимальне прискорення точки дорівнює $1,2 \text{ м/с}^2$. Написати рівняння коливань та зобразити графічно залежності зміщення, швидкості, прискорення точки від часу.

173. Знайти максимальну кінетичну енергію матеріальної точки масою $m = 1 \text{ кг}$, що здійснює гармонічні коливання з амплітудою $A = 0,05 \text{ м}$ та частотою 2 Гц.

174. Визначити частоту гармонічних коливань диска радіусом 0,2 м навколо горизонтальної осі, що проходить на відстані половини радіуса диска та перпендикулярна його площині.

175. Визначити період коливань стержня довжиною 0,3 м навколо горизонтальної осі, що проходить через його кінець перпендикулярно стержню.

176. Точка здійснює одночасно два коливання однієї частоти, що відбуваються в двох взаємно перпендикулярних напрямках. Рівняння цих коливань мають вигляд: $x = A_1 \sin \omega t$ та $y = A_2 \cos \omega t$, де $A_1 = 0,01 \text{ м}$; $A_2 = 0,03 \text{ м}$; $\omega = 1 \text{ рад/с}$. Знайти рівняння траєкторії, побудувати її з врахуванням масштабу, показати напрямок руху точки та вказати положення точки в початковий момент.

177. Матеріальна точка бере участь у двох коливаннях, що проходять вздовж однієї прямої і описуються рівняннями: $x_1 = A_1 \sin \omega_1 t$, $x_2 = A_2 \sin \omega_2 t$, де $A_1 = 3 \text{ см}$; $A_2 = 4 \text{ см}$; $\omega_1 = \omega_2 = 2 \text{ с}^{-1}$. Знайти амплітуду складного руху, його частоту, початкову фазу, написати рівняння руху. Побудувати векторну діаграму для моменту часу $t = 0$.

178. Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях однакової частоти, рівняння яких $x = A_1 \sin \omega_1 t$ та $y = A_2 \cos \omega_2 t$, де $A_1 = 0,08 \text{ м}$; $A_2 = 0,04 \text{ м}$. Написати рівняння траєкторії і побудувати її. Показати напрямок руху точки.

179. Дві точки знаходяться на прямій, вздовж якої розповсюджуються хвилі зі швидкістю 10 м/с. Період коливань 0,2 с, відстань між точками 1 м. Знайти різницю фаз коливань у цих точках.

180. Визначити швидкість розповсюдження хвиль у пружному середовищі, якщо різниця фаз $\Delta \varphi$ коливань двох точок, що знаходяться одна від одної на відстані 0,15 м, дорівнює $\pi/2$. Частота коливань 25 Гц.

1.4. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 1

1.4.1. ВСТУП ДО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМУ „ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН ТА ОЦІНКА ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ”

Фізика – наука експериментальна. Це означає, що фізичні закони встановлюються і перевіряються шляхом накопичення і зіставлення експериментальних даних.

Мета будь-кого, хто працює у фізичному практикумі, полягає в тому, щоб вивчити на досліді основні фізичні явища, відтворити їх самому і навчитися правильно аналізувати.

Задачі, які ставить лабораторний практикум з фізики перед студентами інженерних факультетів, є такими:

- поглибити і закріпити теоретичні знання з фізики, отримані на лекціях і при самостійній роботі з підручниками;
- оволодіти культурою фізичного експерименту, зокрема, основними методами фізичних вимірювань і методами математичної обробки результатів експерименту; познайомитись з вимірювальними приладами, лабораторним обладнанням, апаратурою;
- розвинути вміння фізично мислити – тобто бачити в явищах природи основне, загальне та абстрагуватись від випадкових, неістотних деталей.

1.4.1.1. ЗАГАЛЬНІ ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ І ЗАХИСТУ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

1. Лабораторні роботи виконуються тільки відповідно до графіка лабораторних робіт. Студент, що пропустив лабораторне заняття, виконує не пропущену роботу, а ту, яка передбачена для нього графіком на даному занятті. Пропущена робота виконується на додатковому занятті.

2. Для оформлення робочих записів і звітів з лабораторних робіт кожен студент повинен мати спеціальний загальний зошит – журнал експериментальної роботи. Зошит має бути підписаний з вказанням прізвища з ініціалами, факультету, курсу і групи.

3. Оформлення кожної лабораторної роботи починається з нової сторінки.

Звіт з лабораторної роботи складається при підготовці студента до виконання роботи і в процесі її виконання. Звіт повинен включати :

- 1) повну назву лабораторної роботи та її номер;
- 2) дату виконання;

- 3) формулювання мети роботи;
- 4) стисло викладену теорію (закони, формули, їх виведення тощо), яка стосується роботи;
- 5) принципову схему дослідної установки;
- 6) основні відомості про вимірювальні прилади;
- 7) найбільш істотні проміжні, всі кінцеві результати і звітну таблицю (таблиці);
- 8) графіки (якщо потрібно);
- 9) обчислення шуканої величини і похибок експерименту.

Складання звіту починається під час домашньої підготовки до виконання роботи; при цьому виконуються пункти 1-5 і частково пункт 7 (креслення звітної таблиці). Пункти 6, 8, 9 і звітна таблиця складаються в процесі виконання роботи, а 9-й і заповнення звітної таблиці завершуються після занять.

Звіт оформлюється акуратно, без помарок і виправлень. Помарки і виправлення допускаються лише в експериментальній частині роботи, яку студент виділяє окремим розділом і де записує всі результати вимірювань і розрахунки у тій послідовності, в якій вони проводилися.

3. Кожна лабораторна робота – це невеликий самостійний фізичний експеримент. Найцінніше, що може дати лабораторний практикум – це вміння застосовувати теоретичні знання на практиці і осмислювати результати проведених дослідів. Недоцільно приступати до лабораторної роботи, не засвоївши теоретичних знань і не маючи ясного уявлення про процес її виконання та його найбільш істотні деталі. Тому допуск до виконання лабораторної роботи отримують ті студенти, які підготували теорію, що стосується роботи, знають в основних рисах принцип роботи приладів, які використовуються в ній, схеми установок, порядок виконання роботи і підготували вихідні матеріали протоколу лабораторної роботи.

Студенти, допущені викладачем до виконання роботи, отримують необхідні прилади у лаборанта.

4. Після виконання роботи студент показує експериментальні дані викладачеві і, переконавшись у правильності результатів, завершує оформлення роботи.

5. Після виконання роботи потрібно навести порядок на робочому місці, а отримані прилади здати лаборанту.

6. По кожній з виконаних робіт студент складає запис (захищає лабораторну роботу) на одному з наступних занять.

На записі до студента ставляться такі вимоги:

- 1) глибоке знання програмних питань курсу фізики, зв'язаних з

лабораторною роботою;

2) знання методу вимірювання і дослідження, який застосовується в даній роботі, його точності, переваги та недоліки;

3) знання принципу дії і точності вимірювальних приладів, що використовуються у роботі, і вміння ними користуватися;

4) володіння навичками оцінки похибок і точності експерименту.

При цьому знання відповідей на контрольні запитання до лабораторної роботи є обов'язковим.

1.4.1.2. ПРЯМІ І НЕПРЯМІ ВИМІРЮВАННЯ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ПОХИБОК

Виміряти фізичну величину – це значить порівняти її з іншою однорідною величиною, яка прийнята за одиницю міри, тобто визначити скільки разів міститься в ній однорідна з нею величина, прийнята за одиницю міри.

Є два види вимірювань – **прямі і непрямі**. При **прямому** вимірюванні величину визначають безпосередньо за допомогою вимірювального приладу (лінійки, секундоміра, термометра, терезів тощо). Так, безпосередньо можна виміряти довжину, час, температуру, масу та деякі інші фізичні величини.

Якщо величину не можна виміряти безпосередньо, застосовують **непряме вимірювання**, а саме: шукану величину розраховують за формулою, яка виражає дану величину через інші, знайдені шляхом прямих вимірювань. Так, прискорення вільного падіння обчислюють за формулою $g=2h/t^2$, використовуючи результати прямих вимірювань висоти h і часу t вільного падіння тіла.

Будемо позначати істинне значення фізичної величини, що вимірюється, через a , а результат її виміру – через x . Ці величини, взагалі кажучи, не збігаються. Величину $\Delta x = x - a$ називають похибкою, її модуль $|\Delta x| = |x - a|$ – **абсолютною похибкою**, відношення $\varepsilon = |\Delta x|/a$ – **відносною похибкою** виміру.

Якщо за одних і тих же умов повторити вимірювання n разів, то отримаємо n результатів, $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, і відповідно матимемо n похибок. Отримання того чи іншого результату x_i – це випадкова подія.

Випадковою називають подію, яка при реалізації даних умов може відбутись, а може і не відбутись.

Наприклад, при підкиданні монети тризуб може випасти, а може і ні; отже, випадання тризуба – випадкова подія.

Кожна випадкова подія має свою об'єктивну характеристику, яка називається **ймовірністю** і вимірюється позитивним числом P , яке завжди буде (що випливає з визначення) більшим від одиниці :

$$0 \leq P \leq 1.$$

Ймовірність випадкової події P визначається відношенням числа випадків, що сприяють даній події, до повного числа рівноможливих випадків.

Наприклад, якщо в ящик всипати 5 білих і 15 чорних (однакових за розміром, вагою та якістю поверхні) кульок і добре його потрусити, то ймовірність P витягти (не зазираючи до ящика) білу кульку буде рівною $5/20 = 0,25$ – бо число рівноможливих випадків тут $5+15=20$, а сприяють даній події (вийманню білої кульки) тільки 5 із них. У наведеному вище прикладі з монетою рівноможливих випадків два (тризуб або цифра), а сприяє даній події (випаданню тризуба) тільки один. Отже, ймовірність випадання тризуба $P = 1/2 = 0,5$.

Подію, ймовірність якої дорівнює одиниці ($P = 1$), називають **достовірною**.

Подію, ймовірність якої дорівнює нулю ($P = 0$), називають **неймовірною**.

При великій кількості n незалежних випробувань ймовірність P випадкової події визначає частку випробувань, коли дана випадкова подія відбувається. Так, при підкиданні монети 100 разів тризуб може випасти, наприклад, у 50, 49, 48, 51, 52 випадках.

При вимірюванні певної фізичної величини один єдиний раз за результатом вимірювання x не можна оцінити ні абсолютної, ні відносної похибок (бо істинне значення a є невідомим).

Теорія похибок встановлює правила, які дозволяють, виконавши невелику кількість (наприклад, 3, 5, 7) вимірювань, оцінити інтервал

$$a_1 \leq a \leq a_2 \tag{1}$$

(еквівалентний запис: $[a_1, a_2]$), в якому знаходиться істинне значення вимірюваної величини. Цей інтервал називають **довірчим**. Теорія похибок дозволяє також оцінити **достовірність** P отриманого результату (1).

Достовірністю P (довірчою ймовірністю) називають ймовірність того, що істинне значення вимірюваної величини знаходиться у вказаному довірчому інтервалі (1).

Саме достовірність P визначає ту частку результатів вимірів, які при проведенні великої кількості вимірювань ($n = 100, 1000$, або більше; строго кажучи, при $n \rightarrow \infty$) потрапили б у даний довірчий інтервал.

Якщо, наприклад, для довжини відрізка L з достовірністю $P = 0,8$ отримано результат $0,58 \leq L \leq 0,62$ (м), то це означає, що з тисячі вимірів ($n = 1000$) приблизно 80% результатів матимуть значення між 0,58 м і 0,62 м, а решта (приблизно 20 %) будуть меншими 0,58 м або більшими, ніж 0,62 м.

Завдання експериментатора (студента) при визначенні фізичної величини, що вимірюється у прямий спосіб, полягає в наступному.

1. Зробити декілька (3-7) вимірів і знайти середнє арифметичне $\langle x \rangle$ результатів вимірів:

$$\langle x \rangle = (x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n) / n. \quad (2)$$

2. Встановити довірчий інтервал (1), в якому за його (експериментатора) твердженням знаходиться істинне значення a фізичної величини. Довірчий інтервал подають у формі:

$$\langle x \rangle - \Delta \leq a \leq \langle x \rangle + \Delta \quad (2a)$$

(еквівалентний запис : $a = \langle x \rangle \pm \Delta$; при цьому $a_1 = \langle x \rangle - \Delta$, $a_2 = \langle x \rangle + \Delta$). Величину Δ у формулі (2a) називають **довірчою границею похибок** результатів вимірів.

3. Вказати достовірність P вищезгаданого твердження.

4. Оцінити **точність** експерименту. Її характеризують відносною похибкою $\mathcal{E}$, яку обчислюють за наближеною формулою

$$\mathcal{E} \approx \frac{\Delta}{\langle x \rangle}; \quad (3)$$

при цьому відмітимо, що чим менше $\mathcal{E}$, тим вище точність.

5. Подати кінцевий результат у стандартній формі, записавши встановлений довірчий інтервал і вказавши точність і достовірність отриманого результату:

$$a = \langle x \rangle \pm \Delta, \quad \mathcal{E}, \quad P. \quad (4)$$

Стандартна форма (4) представлення результату вимірювань є єдиною як при прямих, так і при непрямих вимірюваннях.

Точність вимірювання визначається тією найменшою часткою одиниці міри, до якої з упевненістю у правильності результату можна виконати вимірювання. Ступінь точності вимірювань залежить від приладів, що використовуються, і від загальних методів вимірювання,

і було б марним витрачанням часу намагатися при вимірюваннях за даних умов перейти цю межу точності. Наприклад, зважуючи тіло масою 200 г на якісних терезах, неважко досягти точності 0,1 мг, тобто точності 0,00005 %. В інших випадках навіть точність 0,1 % є майже недосяжною – наприклад, при вимірюванні температури за допомогою термометрів. Звичайними термометрами можна відрхувати температуру з точністю до 0,1 К, іноді з точністю до 0,05 К. Отже, якщо вимірювана зміна температури становить приблизно 5 К, то точність не перевищуватиме 1 – 2 % вимірюваної величини.

Отже, перш ніж приступати до вимірювань, необхідно визначити межі точності, які можна отримати з наявними приладами.

Якщо в лабораторній роботі доводиться вимірювати різні величини і межі можливої точності для кожної вимірюваної величини виявляються різними, то *немає сенсу при окремих вимірюваннях виходити за межі точності найменш точно вимірюваної величини*. Так, при калориметричних вимірюваннях визначення маси води і калориметра із зважування можна б було виконати з точністю, не меншою 0,0001 %. Однак у даному випадку немає сенсу виконувати зважування з такою високою точністю і можна обмежитись зважуванням на менш досконалих терезах з точністю, наприклад, до 0,1 %, оскільки вимірювання зміни температури може бути виконано, як сказано, з точністю лише 1 – 2 %.

1.4.1.3. ВИДИ ПОХИБОК. МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ

1. Перед початком прямих вимірювань перш за все записують назву величини, що вимірюється, назву вимірювального приладу і ціну найменшої його поділки C .

2. Записують у стовпчик під символом величини, що вимірюється, результати вимірів x_i і обчислюють за формулою (2) середнє арифметичне $\langle x \rangle$ результатів вимірів.

3. Встановлюють довірчу границю похибок Δ результатів вимірів. Для цього враховують два основні види похибок – **систематичні і випадкові**.

Систематичними називають похибки, що залишаються постійними за величиною і за знаком при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. Такі похибки мають об'єктивний характер і обумовлені недосконалістю вимірювальних приладів, впливом умов, за яких проводиться дослід, а також недосконалістю методів вимірювання. Деякі систематичні похибки можуть бути виявлені і усунуті. Однак

існують і такі систематичні похибки, від яких не можна позбавитись і які обов'язково необхідно враховувати. Такими є похибки, обумовлені недосконалістю приладів, зокрема їх вимірювальних шкал. Як правило більшість приладів високої якості дає похибку, що не перевищує ціни найменшої поділки їх шкали.

Випадковими називають похибки, що непередбачено змінюють свою величину (і знак!) від одного досліду до іншого. Вони обумовлені багатьма неконтрольованими причинами, а також недосконалістю наших органів чуттів. З останньої причини випадкові похибки в значній мірі мають суб'єктивний характер. Випадкові похибки описуються теорією ймовірностей. Вплив випадкових похибок на результат вимірювань можна істотно зменшити при багатократному повторенні досліду: оскільки завищені і занижені (відносно істинного) значення зустрічаються однаково часто, то при обчисленні середнього арифметичного $\langle x \rangle$ випадкові похибки частково компенсують одна одну, і тому середнє арифметичне менше відрізняється від істинного значення a фізичної величини, ніж кожен з результатів вимірювань x_i .

Зменшити вплив систематичних похибок шляхом повторення досліду, звичайно, не можна. Для цього потрібно удосконалити (або взяти більш точний) прилад або змінити метод вимірювань.

Відповідно до наявності двох видів похибок довірчу границю сумарних похибок Δ записують у вигляді суми

$$\Delta = \Delta_c + \overset{\circ}{\Delta}, \quad (5)$$

де Δ_c – довірча границя систематичних похибок, а $\overset{\circ}{\Delta}$ – довірча границя випадкових похибок. Їм відповідають параметри P_c – ймовірність того, що систематичні похибки не перевищують Δ_c , і $\overset{\circ}{P}$ – ймовірність того, що випадкові похибки не перевищують $\overset{\circ}{\Delta}$.

4.1. Встановлення довірчої границі випадкових похибок, $\overset{\circ}{\Delta}$, починають з обчислення **випадкових відхилень** результатів вимірів δ за формулою

$$\delta_i = x_i - \langle x \rangle, \quad (6)$$

їх квадратів δ_i^2 та середньоарифметичного $\langle \delta^2 \rangle$ за формулою

$$\langle \delta^2 \rangle = \frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_i^2 + \dots + \delta_n^2}{n}. \quad (7)$$

4.2. Розраховують параметр

$$\sigma_{cp} = \sqrt{\frac{\langle \delta^2 \rangle}{n-1}}, \quad (8)$$

що має назву **середнього квадратичного відхилення** середніх результатів вимірів.

4.3. Довірчу границю випадкових похибок обчислюють за формулою

$$\overset{\circ}{\Delta} = t \cdot \sigma_{\text{ср.}} \quad (9)$$

Тут t – параметр, який визначають з таблиць, розроблених за допомогою теорії ймовірностей. Цей параметр названо параметром Ст'юдента на честь вченого, який розрахував таблицю його значень. Параметр Ст'юдента залежить від кількості вимірів n (число n встановлює експериментатор) і величини параметра $\overset{\circ}{P}$ (її теж встановлює експериментатор). З табл. 1 видно, що при фіксованому значенні $\overset{\circ}{P}$ параметр Ст'юдента t зменшується зі збільшенням кількості вимірів n .

5. При оцінці довірчої границі систематичних похибок, Δ_c , вважатимемо, що вона не перевищує ціни найменшої поділки C вимірювального приладу. В цьому випадку

$$\Delta_c = C, \quad P_c = 1. \quad (10)$$

Якщо ж існують додаткові систематичні похибки, що перевищують C , то користуються формулою $\Delta_c = C + \Delta_{\text{дод.}}$, де $\Delta_{\text{дод.}}$ – довірча границя додаткових систематичних похибок. Формула для $\Delta_{\text{дод.}}$ обумовленої методом вимірювання, якщо вона не є набагато меншою ціни поділки, наводиться в лабораторній роботі.

6. Обчислюють довірчу границю сумарних похибок Δ за формулою (5) і відносну похибку $\mathcal{E}$ за формулою (3).

7. Записують результат у стандартній формі (4), вказуючи, що його достовірність знаходиться в межах між $\overset{\circ}{P}$ і $P_c = 1$: $\overset{\circ}{P} < P < 1$ (або $P > \overset{\circ}{P}$).

1. КОЕФІЦІЄНТИ СТУДЕНТА

ЧИСЛО ВИМІРІВ n	ДОВІРЧА ЙМОВІРНІСТЬ $\overset{\circ}{P}$							
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,999
1								
2	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	636,6
3	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	31,6
4	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	12,9
5	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	8,6
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	6,9
7	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	5,4
9	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	5,0
10	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	4,8
15	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	4,1
20	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	3,9
40	0,68	0,85	1,1	1,2	1,7	2,0	2,4	3,6
60	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	3,5
120	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	3,4
∞	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	3,3

Нижче наведено приклад розташування результатів і розрахунків при $n = 3$, $\overset{\circ}{P} = 0,95$ (при цьому $t = 4,3$), табл.2

2. МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ВИМІРІВ ЧАСУ τ ДВАДЦЯТИ КОЛИВАНЬ МАЯТНИКА

Час τ вимірювали секундоміром , $C = 0,2$ с			
i	τ , с	δ , с	Розрахунки
1	34,2	$-0,07$	$\langle \tau \rangle = \frac{34,2 + 34,0 + 34,6}{3} = 34,27 \text{ с};$ $\delta_1 = 34,2 - 34,27 = -0,07 \text{ с}; \quad \delta_1^2 = 0,005 \text{ с}^2;$ $\delta_2 = 34,0 - 34,27 = -0,27 \text{ с}; \quad \delta_2^2 = 0,073 \text{ с}^2;$ $\delta_3 = 34,6 - 34,27 = +0,33 \text{ с}; \quad \delta_3^2 = 0,109 \text{ с}^2;$ $\langle \delta^2 \rangle = \frac{0,005 + 0,073 + 0,109}{3} = 0,062 \text{ с};$ $\sigma_{\text{ср.}} = \sqrt{\frac{\langle \delta^2 \rangle}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,062}{2}} = 0,18 \text{ с};$ $\overset{\circ}{\Delta} = t \cdot \sigma_{\text{ср.}} = 4,3 \cdot 0,18 = 0,77 \text{ с};$ $\Delta = \Delta_{\text{с}} + \overset{\circ}{\Delta} = 0,2 + 0,77 = 0,97 \approx 1,0 \text{ с};$ $\varepsilon = \frac{\Delta}{\langle \tau \rangle} = \frac{0,97}{34,3} = 0,028 (2,8\%).$
2	34,0	$-0,27$	
3	34,6	$+0,33$	
$\langle \tau \rangle = 34,27$		$\sigma_{\text{ср.}} = 0,18$	
$\Delta_{\text{с}} = 0,2 \text{ с}; P_{\text{с}} = 1$			
$\overset{\circ}{\Delta} = 0,77 \text{ с}; \overset{\circ}{P} = 0,95$			
$\Delta = 1,0 \text{ с}; P > 0,95$			
$\varepsilon = 0,028 (2,8\%)$			
Результат:			
$\tau = (34,2 \mp 1,0) \text{ с},$			
$P > 0,95,$			
$\varepsilon = 0,028.$			

Примітки: 1. Якщо результати x_i прямих вимірювань збігаються, то $\Delta = \Delta_c = C$ і $P = P_c = 1$.

2. Якщо відносна похибка ε перевищує 0,2 (20%), то експеримент потрібно повторити, взявши більш точний інструмент (при цьому зменшується Δ_c) або збільшивши кількість вимірювань n (при цьому зменшується $\overset{\circ}{\Delta}$), або зробивши і те, і інше.

1.4.1.4. МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ

Розглянемо величину Z , що є функцією декількох аргументів – величин $x, y, \dots$, які визначаються незалежно одна від одної шляхом прямих вимірювань:

$$Z = f(x, y, \dots). \quad (11)$$

Тоді послідовність розрахунків є такою:

1. Середнє значення величини Z розраховують **один раз**, підставляючи замість аргументів $x, y, \dots$ їх середні значення:

$$\langle Z \rangle = f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \dots). \quad (12)$$

2. Визначають відносну похибку непрямих вимірювань $\mathcal{E}_Z$ за формулою

$$\mathcal{E}_Z = \left\{ \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial x} \right| \Delta_x + \left| \frac{\partial(\ln f)}{\partial y} \right| \Delta_y + \dots \right\} \quad (13)$$

де Δ_x, Δ_y — довірчі границі сумарних похибок вимірювань величин $x, y, \dots$. Для полегшення обчислень формулу (13) для розрахунку відносної похибки непрямих вимірювань $\mathcal{E}_Z$ наведено у кожній лабораторній роботі.

3. Розраховують довірчу границю сумарних похибок за формулою

$$\Delta_Z = \mathcal{E}_Z \langle Z \rangle. \quad (14)$$

у табл. 3 наведено розраховані за формулами (13), (14) значення Δ_Z і $\mathcal{E}_Z$ для величин Z , що виражаються простими функціональними залежностями, які зустрічаються найчастіше.

5. Записують кінцевий результат у стандартній формі (4):

$$Z = \langle Z \rangle \pm \Delta_Z, \quad \mathcal{E}_Z, \quad P_Z.$$

Примітки 1. Якщо в розрахунках використовують табличне значення, то відповідну довірчу границю похибок визначають як половину одиниці його (табличного значення) останнього значущого розряду з достовірністю, рівною одиниці. Наприклад, в таблиці наведено значення прискорення вільного падіння $g = 9,807 \text{ м/с}^2$; у цьому випадку $\Delta_g = 0,0005 \text{ м/с}^2$, $P_g = 1$. Але якщо табличне значення g наведено як $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, то $\Delta_g = 0,05 \text{ м/с}^2$, $P_g = 1$.

2. Якщо прямі вимірювання не можна виконати в однакових умовах, то величину Z розраховують для кожного окремого вимірювання, а потім знаходять її середнє значення. При цьому для прямих

вимірювань враховують лише довірчу границю систематичних похибок, а відносні похибки прямих і непрямих вимірювань оцінюють тільки для якогось одного вимірювання.

3. Значення довірчих границь сумарних похибок та відносних похибок непрямих вимірювань для величини $Z = f(x, y, \dots)$

	$Z = f(x, y, \dots)$	Δ_Z	$\mathcal{E}_Z$
1	$x + y + \dots$	$\Delta_x + \Delta_y + \dots$	$\frac{\Delta_Z}{< x > + < y > + \dots}$
2	$x - y$	$\Delta_x + \Delta_y$	$\frac{\Delta_Z}{ < x > - < y > }$
3	$ax,$ <i>де $a = \text{const}$</i>	$a \cdot \Delta_x$	$\mathcal{E}_x$
4	$x \cdot y \cdot \dots$	$\mathcal{E}_Z \cdot < x > \cdot < y > \dots$	$\mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y + \dots$
5	$\frac{x}{y}$	$\mathcal{E}_Z \cdot < x > / < y >$	$\mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y$
6	x^n	$\mathcal{E}_Z \cdot < x >^n$	$n \cdot \mathcal{E}_x$
7	$\sqrt[n]{x}$	$\mathcal{E}_Z \cdot \sqrt[n]{< x >}$	$\frac{1}{n} \cdot \mathcal{E}_x$
8	$x^\alpha \cdot y^\beta \cdot \dots$ <i>де $\alpha > 0, \beta > 0$</i>	$\mathcal{E}_Z \cdot < x >^\alpha \cdot < y >^\beta \cdot \dots$	$\alpha \mathcal{E}_x + \beta \mathcal{E}_y + \dots$
9	$\sin x$	$\Delta_x \cdot \cos < x > $	$\Delta_x \cdot \text{ctg } < x > $
10	$\cos x$	$\Delta_x \cdot \sin < x > $	$\Delta_x \cdot \text{tg } < x > $
11	$\text{tg } x$	$\Delta_x / \cos^2 < x >$	$2\Delta_x / \sin 2 < x > $
12	$\text{ctg } x$	$\Delta_x / \sin^2 < x >$	$2\Delta_x / \sin 2 < x > $

Примітка. У прикладах 1 і 2 спочатку розраховують Δ_Z , а потім — $\mathcal{E}_Z$. у прикладах 4-8 спочатку розраховують $\mathcal{E}_Z$, а потім — Δ_Z .

1.4.1.5. ГРАФІЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ

При дослідженні залежності однієї фізичної величини від іншої для наочного представлення цієї залежності її зображують графічно. Для цього у більшості випадків користуються декартовою системою координат; на міліметровому папері уздовж осі абсцис у довільному масштабі відкладають незалежну змінну x (аргумент), тобто величину, значення якої задає сам експериментатор, а уздовж осі ординат – ту величину y (функцію $y = y(x)$), яку він при цьому визначає. Через отримані на площині точки проводять неперервну плавну криву. При побудові графіків необхідно дотримувати таких правил.

1. Біля кожної з осей (напроти середини або в кінці осі) слід вказати умовне позначення величини і, через кому, одиниці її вимірювання в обраній системі одиниць (рис. 1).

2. Масштаб на кожній осі вибирають так, щоб експериментальні точки не зливалися одна з одною і були розташовані з розумним інтервалом (рис. 2). Не слід відкладати на осях значення величин, істотно більших або менших тих значень, в межах яких проводились вимірювання – інакше графік займатиме лише малу частину відведеної для нього координатної площини (рис. 2,а).

3. Початок координат не обов'язково повинен збігатися з нульовими значеннями вимірюваних величин (рис. 2,б).

4. Масштаб має бути простим: в одній поділці масштабу повинна укладатись одиниця (або 10; 100; 0,1 одиниці і т.д.) вимірюваної величини.

5. При вимірюваннях часто зустрічаються величини, що мають дуже мале (або дуже велике) чисельне значення, наприклад, $5 \cdot 10^{-7}$ м, $2 \cdot 10^{11}$ Па та ін. У таких випадках загальний коефіцієнт вказується перед одиницею вимірюваної величини (L, 10^{-7} м; E, 10^{11} Па). При цьому зникає необхідність вказувати множник біля кожної цифри проти масштабної риски (рис. 1). Винесення загального коефіцієнта можна замінити введенням дольних або кратних одиниць. Так, $5 \cdot 10^{-7}$ м можна замінити на 0,5 мкм.

На рис.1 приведені приклади надписів вздовж осей графіка: а) залежність модуля Юнга E від температури T ; б) залежність опору R міді від температури T при нагріванні (х) і охолодженні (о).

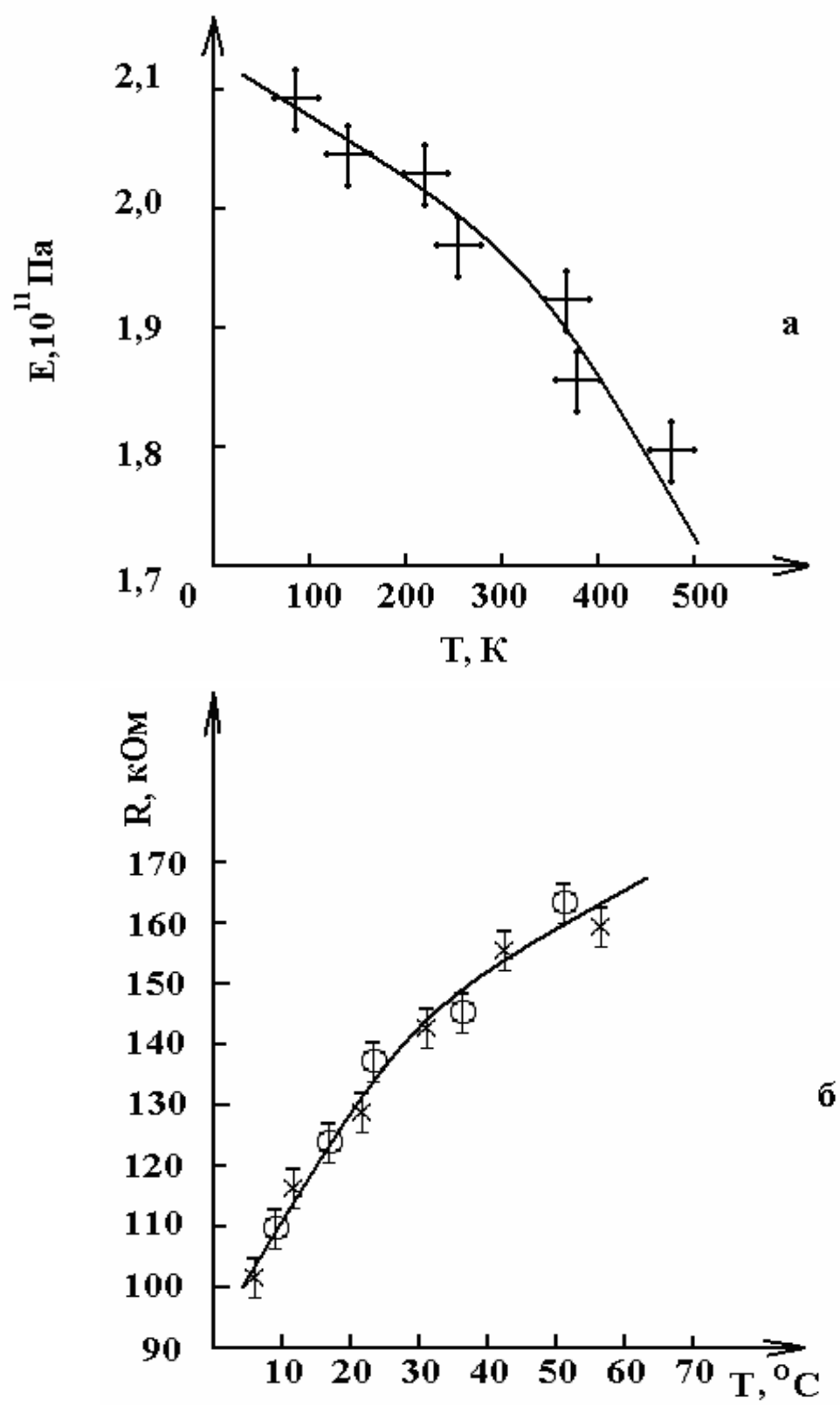


Рис. 1

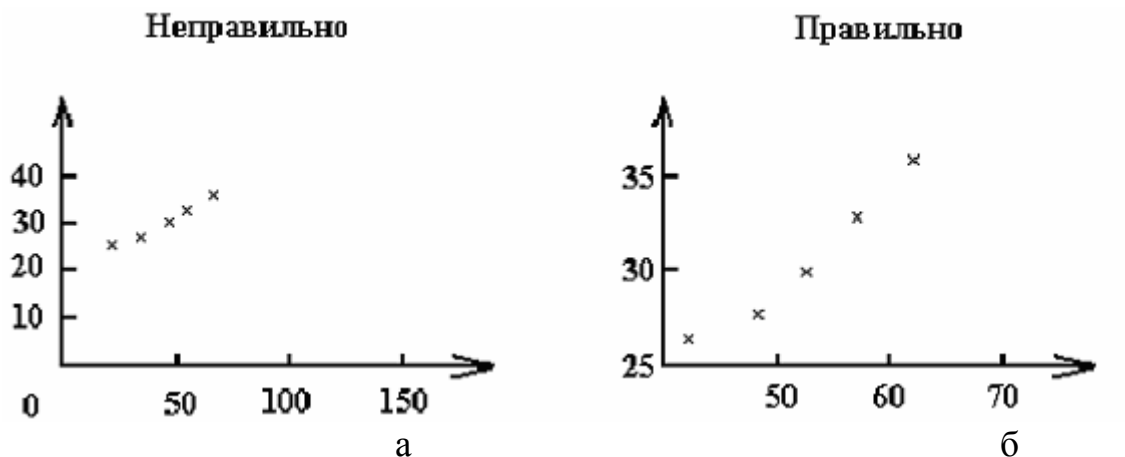


Рис. 2

а – невдалий вибір масштабу для графічного представлення результатів;

б – ті ж данні у збільшеному масштабі

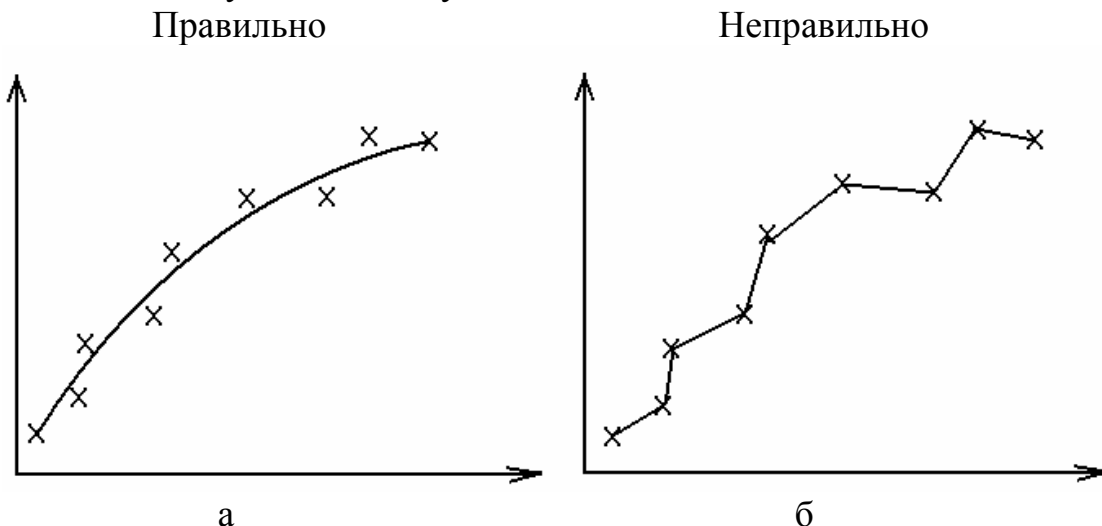


Рис. 3

а – через експериментальні точки проводять плавну криву;

б – з'єднування експериментальних точок ламаною лінією є помилкою.

6. Для графічного відображення точності вимірювань досліджуваної величини y на графіку, окрім самої експериментальної точки, відкладають вгору і вниз від неї (в тому ж масштабі) вертикальні відрізки, рівні довірчим границям похибок величини y . Аналогічно, вправо і вліво від експериментальної точки відкладають горизонтальні відрізки (розноски), рівні довірчим границям похибок величини x (див. рис. 1). Розноски не наносять, якщо довірчі границі уздовж однієї з осей (або обох осей) не виходять за межі розмірів точок на графіку.

7. Через експериментальні точки, нанесені на графік (у вигляді кружків, зірочок або хрестиків), проводять плавну криву так, щоб точки, які відповідають окремим вимірюванням, розташовувалися симетрично по обидві сторони лінії (рис. 3). Товщина лінії має бути у 2-3 рази меншою лінійних розмірів експериментальних точок.

8. Якщо метою роботи є встановлення аналітичної залежності між вимірюваними величинами (або її перевірка), то на графік необхідно також нанести теоретичну лінію, що відповідає цій залежності. При цьому величини, які відкладаються уздовж осей графіка, завжди слід вибирати такими, щоб очікувана теоретична залежність мала вид прямої лінії. Побудова функціональної залежності у вигляді прямої лінії значно полегшує задачу експериментатора.

Наприклад, необхідно перевірити, чи виконується закон Бойля - Маріотта ($PV = \text{const}$ при постійній температурі) для деякого газу. Якщо за отриманими даними побудувати графік залежності P від V , то при виконанні закону Бойля - Маріотта експериментальні точки розташуються поблизу гіперболи. Однак встановити візуально, чи є побудована крива гіперболою, досить важко. Якщо ж відкласти уздовж осей величини P і $1/V$, то графік залежності P від $1/V$ для ідеального газу буде прямою лінією. В цьому випадку можливі відхилення від прямої лінії (тобто від закону Бойля - Маріотта) зразу ж стануть очевидними.

9. Готовий графік підписують і підклеюють у журнал лабораторних робіт.

1.4.1.6.ВИВЧЕННЯ НОНІУСІВ

Ноніусом називається доповнення до звичайного масштабу (лінійного або кругового), яке дозволяє підвищити точність вимірювання з даним масштабом у 10 – 20 разів.

Техніка безпосереднього вимірювання довжин і кутів у наш час досягла високої досконалості. Наприклад, сконструйовано спеціальні прилади (названі *компараторами*), які дозволяють вимірювати довжину з точністю до 1 мікрона ($1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$). При цьому майже завжди відлікові пристрої обладнані ноніусами.

Лінійним ноніусом називається маленька лінійка з поділками, яка може ковзати уздовж великої лінійки (також з поділками), названої *масштабом*. (рис. 4).

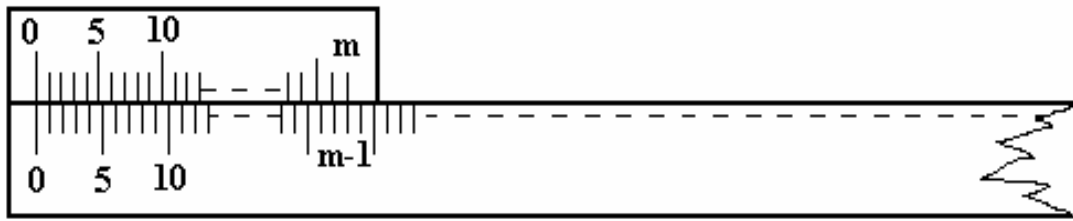


Рис. 4

Сумарна довжина всіх m поділок шкали ноніуса дорівнює довжині $(m - 1)$ найменших поділок масштабу. Отже, одна поділка ноніуса дорівнює $\frac{m-1}{m} = (1 - \frac{1}{m})$ поділки масштабу. Саме це дозволяє, користуючись ноніусом, робити відлік з точністю до $1/m$ частки найменшої поділки масштабу. Позначимо через y відстань між сусідніми штрихами масштабу, а через x – між сусідніми штрихами ноніуса. Тоді можна записати, що

$$x = y \cdot (1 - \frac{1}{m});$$

звідси отримуємо:

$$m \cdot x = (m - 1)y.$$

Величина

$$\Delta x = y - x = \frac{y}{m} \quad (15)$$

має назву *точності ноніуса*, вона визначає максимальну похибку ноніуса.

При будь-якому положенні ноніуса відносно масштабу одна з поділок ноніуса збігається з деякою поділкою масштабу. Відлік по ноніусу оснований саме на здатності ока фіксувати цей збіг поділок ноніуса і масштабу. При вимірюванні довжини відрізка L розміщують його так, щоб він опинився між нульовою поділкою основного масштабу і нульовою поділкою ноніуса (рис. 5). Припустимо, що при цьому кінець відрізка L опинився між k -ю і $(k + 1)$ -ю поділками масштабу. Тоді можна записати :

$$L = ky + \Delta L,$$

де ΔL – невідома поки що частка k -ї поділки масштабу. Її знаходимо за допомогою ноніуса. Оскільки поділки ноніуса не є рівними поділкам масштабу, то обов'язково знайдеться така n -на поділка, яка буде найближче підходити до відповідної $(k + n)$ -ї поділки масштабу.

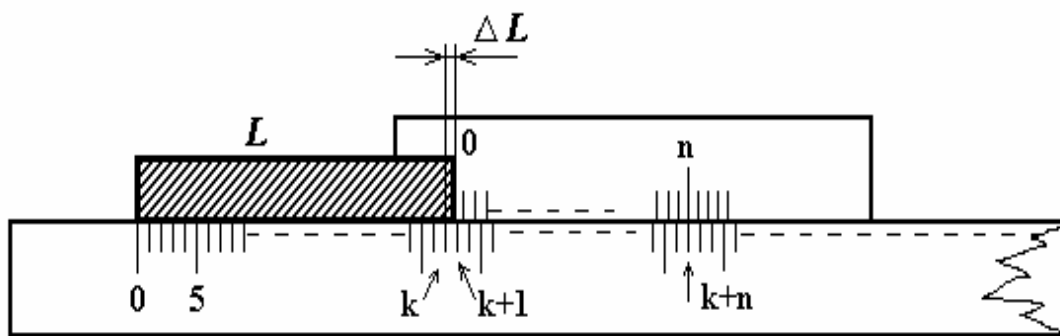


Рис. 5

Як бачимо з рис. 5

$$\Delta L = ny - nx = n(y - x) = n\Delta x;$$

отже, вся довжина L визначатиметься за формулою

$$L = ky + n\Delta x. \quad (16)$$

Співвідношення (16) дозволяє сформулювати правило:

довжина відрізка, що вимірюється за допомогою ноніуса, дорівнює числу цілих поділок масштабу плюс точність ноніуса, помножена на номер поділки ноніуса, яка збігається з деякою поділкою масштабу.

Похибка, що може виникнути при такому методі відліку, обумовлена неточним збігом n -ї поділки ноніуса з $(k+n)$ -ю поділкою масштабу. Величина її, очевидно, не перевищує $\frac{1}{2}\Delta x$. Отже, похибка ноніуса дорівнює половині його точності.

Круговий ноніус принципово нічим не відрізняється від лінійного. Це невелика дугова лінійка, що ковзає уздовж круга (*лімба*), розділеного на градуси або ще більш дрібні поділки (рис. 6). На лінійці нанесено поділки також у кількості m , загальна довжина яких дорівнює $(m - 1)$ поділки лімба, тобто

$$m\lambda = (m - 1)\beta,$$

де λ і β – виражені у градусах або у хвилинах ціни поділок ноніуса (λ) і найменшої поділки лімба (β).

Точність кругового ноніуса $\Delta\lambda$ буде виражатися формулою, аналогічною формулі (15):

$$\Delta\lambda = \frac{\beta}{m}.$$

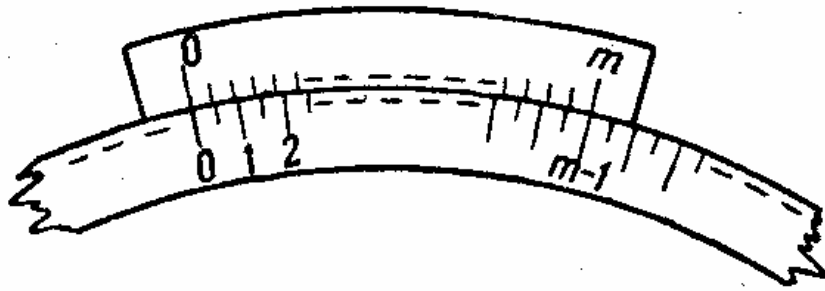


Рис. 6

Відраховані від нуля лімба кути φ (рис. 7) обчислюються за формулою

$$\varphi = k \beta + n \Delta \lambda.$$

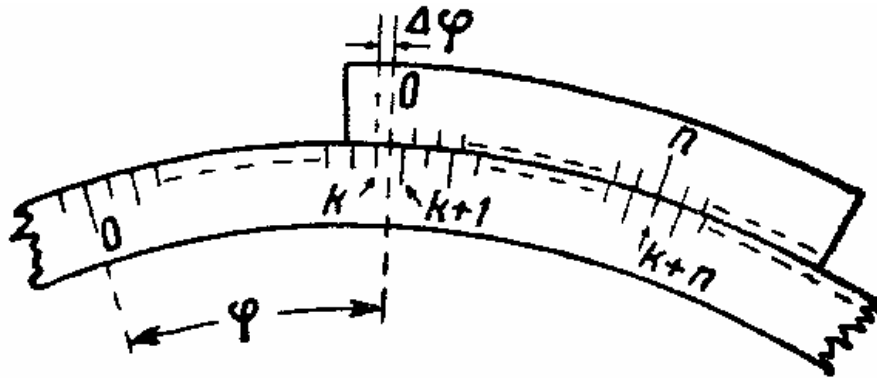


Рис. 7

Запитання і вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення абсолютної та відносної похибок вимірювання.
2. Дайте визначення випадкової події, наведіть приклади.
3. Дайте визначення ймовірності випадкової події, проілюструйте його прикладами.
4. Що таке випадкове відхилення результату вимірювання? Чим воно відрізняється від похибки вимірювання?
5. Чим відрізняється похибка вимірювання від довірчої границі похибок?
6. Як визначити довірчу границю систематичних, випадкових та сумарних похибок?
7. Як розрахувати середнє значення величини, що вимірюється у непрямий спосіб?

8. Розкрийте зміст поняття достовірності (довірчої ймовірності).
9. Якою є стандартна форма представлення кінцевого результату вимірювань?

ВПРАВА 1

ВИМІРЮВАННЯ ТОВЩИНИ МЕТАЛЕВОЇ ПЛАСТИНКИ МІКРОМЕТРОМ

Приладдя: 1) мікрометр, 2) металева пластинка.

Опис приладу. Мікрометр (рис. 8) використовується для вимірювання діаметрів дротів, кульок і невеликої товщини пластинок. Він має вигляд невеличких лещат, у яких предмет затискається за допомогою гвинта. Крок гвинта звичайно становить 1 мм або 0,5 мм. На стержні гвинта В закріплено барабан С з нанесеною на ньому шкалою, яка має 50 або 25 поділок.

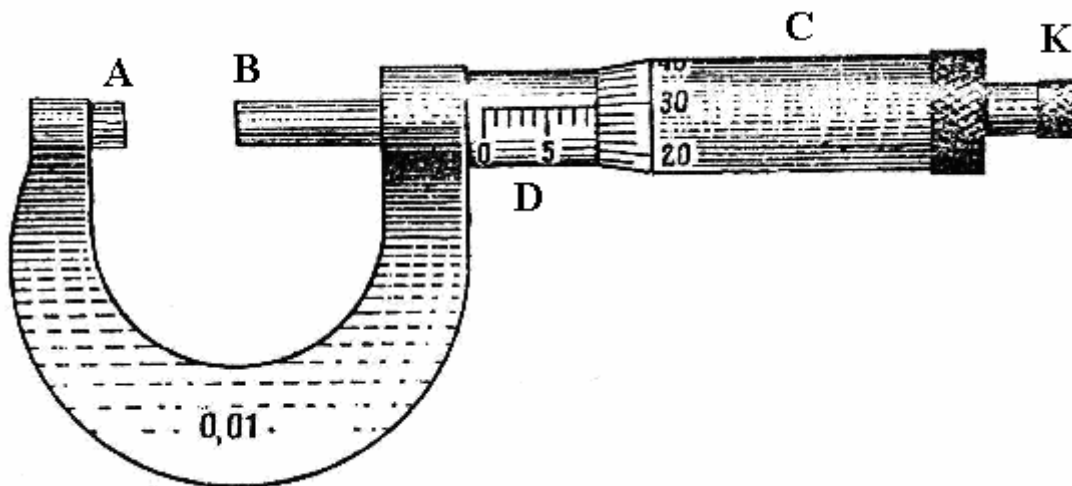


Рис. 8

У випадку, коли шкала барабана розділена на 50 поділок, а крок гвинта становить 0,5 мм, ціна поділки барабана дорівнює 0,01 мм. На лінійній шкалі над центральною лінією між поділками нанесено риски для того, щоб знати 1-й чи 2-й оберт здійснює барабан.



Рис. 9.

При положенні барабана, зображеному на рис. 9,а, довжина вимірюваного тіла становить 2,35 мм. При положенні барабана на рис. 9,б довжина вимірюваного тіла дорівнює 2,85 мм, оскільки після другої поділки шкали видно одну риску між 2-ю і 3-ю поділками. Це свідчить про те, що барабан після другої поділки здійснює 2-й оберт і, хоч на барабані, як і на рис. 9,а, проти центральної лінії розташована 35-а поділка, результатом виміру є не 2,35 мм, а 2,85 мм. При затиснутому гвинті нуль барабана збігається проти нуля лінійної шкали D, а край барабана сходиться із нульовою поділкою шкали. Предмет розміщують між гвинтом і протилежним до нього упором А, потім, обертаючи гвинт за головку К, доводять його до зіткнення з предметом. За лінійною шкалою відраховують міліметри, а за шкалою барабана – соті частки міліметра.

Головним джерелом похибок є нерівномірність натискування гвинта на предмет, розмір якого вимірюється. Для усунення цього недоліку сучасні мікрометри обладнані спеціальним пристроєм, який не допускає надто сильного натискування.

Вимірювання. Перш ніж користуватись мікрометром, потрібно переконатись, що нулі його шкал збігаються. Пластинку розміщують між гвинтом та протилежним упором і обертанням барабана С підводять торець гвинта до площини пластинки.

Натискування гвинтом на пластинку слід робити тільки рукояткою К, що повертає гвинт. Момент натискування фіксується слабким тріском. Після цього тріску подальше обертання рукоятки К є непотрібним, а барабана С – неприпустимим. Знімають відліки за шкалами: міліметри – за лінійною шкалою, частки міліметра – за шкалою на барабані.

Товщину пластинки необхідно виміряти поблизу кожного з її чотирьох кутів не менше трьох разів. За наближене значення товщини беруть середнє арифметичне.

ВПРАВА 2

ВИЗНАЧЕННЯ ОБ'ЄМУ ТРУБКИ ЗА ДОПОМОГОЮ ШТАНГЕНЦИРКУЛЯ

Приладдя: 1) штангенциркуль, 2) трубка.

Опис приладу. Штангенциркуль складається (рис. 10) з розділеного на міліметри масштабу LM, вздовж якого може переміщуватись перпендикулярно до його довжини ніжка СВ із затискувальним гвинтом С, що служить для її закріплення. На скошеному краю ніжки СВ, який прилягає до масштабу, нанесено ноніус. Коли ніжки зсунуті упритул, то нуль ноніуса збігається із нулем масштабу. Нерухома ніжка LA, закріплена на початку масштабу також перпендикулярна до його довжини, служить упором для вимірюваного тіла. Частини FF обох ніжок служать для вимірювання внутрішніх розмірів тіл.

Вимірювання. Для визначення об'єму трубки необхідно визначити її геометричні розміри – довжину і внутрішній та зовнішній діаметри.

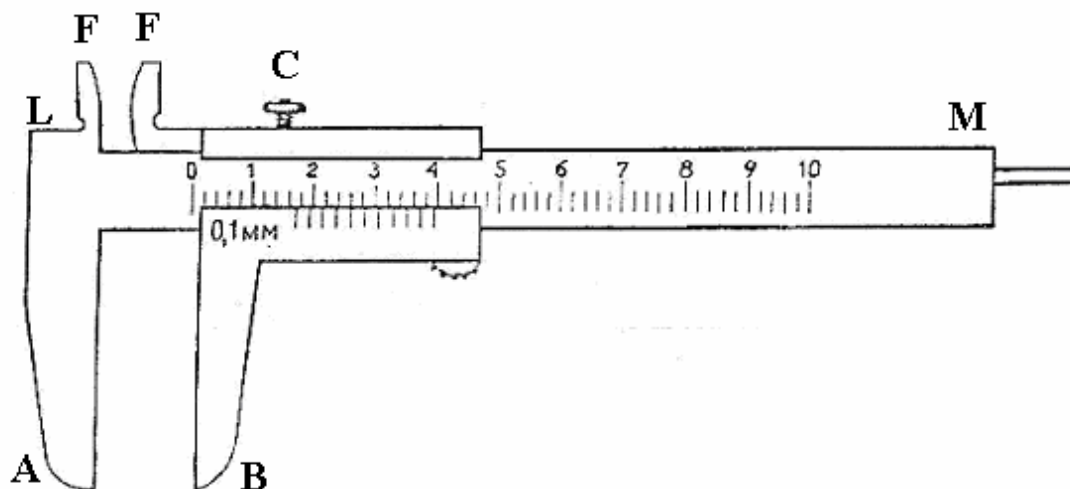


Рис. 10

Для вимірювання довжини розсувають ніжки штангенциркуля і розміщують між ними поздовжньо трубку поблизу шкали, ніжку В підводять так, щоб трубка була трошки затиснута, і роблять відлік. Оскільки ніжка В, а отже і нуль ноніуса перемістилися на довжину трубки, то відраховують на масштабі ціле число поділок міліметрів до нуля ноніусу, а потім дивляться, яка саме поділка ноніуса збігається з деякою поділкою масштабу. Вимірювання виконують декілька разів, кожного разу повертаючи трубку навколо осі на деякий кут (приблизно 45°). З усіх отриманих результатів беруть середнє арифметичне.

Для вимірювання зовнішнього діаметра трубки її злегенька затискують між ніжками штангенциркуля А і В. Вимірюють однакове число разів на одному і на протилежному кінцях трубки два взаємно-перпендикулярних діаметра, тримаючи її при цьому перпендикулярно до довжини масштабу. З усіх результатів беруть середнє.

При вимірюванні внутрішнього діаметра трубки вводять частини FF ніжок штангенциркуля у трубку і розводять їх настільки, щоб обидві вони прилягали до внутрішніх стінок трубки, і виконують відлік; потім вимірюють інший, перпендикулярний до першого, внутрішній діаметр трубки. Такі ж два вимірювання виконують на протилежному її кінці. Беруть із усіх вимірів середнє. За результатами вимірювань, використовуючи елементарні геометричні формули, обчислюють об'єм трубки.

1.5. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 1 „МЕХАНІКА”

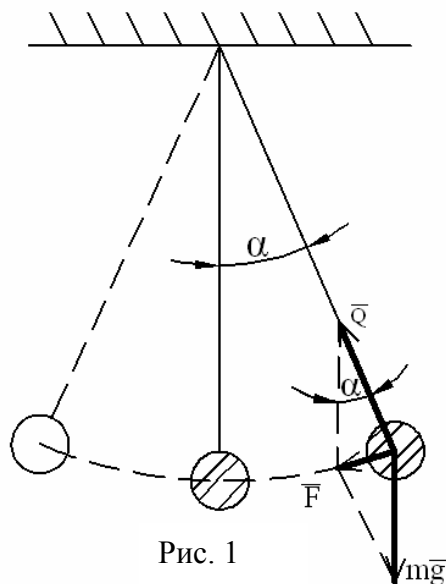
РОБОТА 1.1

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: 1) виміряти прискорення вільного падіння за періодом коливань математичного маятника; 2) вивчити методику математичної обробки результатів прямих і непрямих вимірювань; 3) вивчити закони гармонічного коливального руху.

Прилади та обладнання: важка кулька, яка підвішена на легкій нитці, що не розтягується; вертикальна шкала; секундомір.

Рух тіла під дією тільки однієї сили тяжіння називається вільним падінням, а прискорення, якого набуває при цьому тіло, - прискоренням вільного падіння g .



У даній роботі прискорення вільного падіння визначається за допомогою математичного маятника.

Математичним маятником називається матеріальна точка, яка підвішена на тонкій невагомій нитці, що не розтягується. Ця матеріальна точка здійснює коливання у вертикальній площині під дією сили тяжіння.

На практиці математичним маятником можна вважати важке тіло, яке підвішене на легкій недеформованій нитці, довжина якої в багато разів більша за розміри тіла.

На рис.1 видно, що сила F , яка повертає маятник у напрямку до положення рівноваги, при малих кутах відхилення α дорівнює

$$F = mg \sin \alpha \approx mg \alpha, \quad (1)$$

де $\sin \alpha \approx \alpha$ (в радіанах).

Таким чином, сила F пропорційна куту відхилення маятника від положення рівноваги, отже, пропорційна зміщенню маятника від цього положення. Така сила викликає гармонічний коливальний рух.

Період коливань математичного маятника T залежить від довжини маятника l і прискорення вільного падіння:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} . \quad (2)$$

Розв'язуючи (2) відносно g , одержимо:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}, \quad (3)$$

звідки випливає, що визначення прискорення вільного падіння зводиться до вимірювання довжини маятника та періоду його коливань.

Порядок виконання роботи

1. Установлюють певну (якомога більшу) довжину нитки маятника і знаходять значення l , вимірюючи для цього відстань від точки підвісу до центра ваги підвішеного тіла.

2. Відводять маятник від положення рівноваги на малий кут ($5-10^\circ$), визначають проміжок часу, за який здійснюється $N = 50$ повних коливань. Вимірювання повторюють не менше трьох разів.

3. Обробляють результати вимірювань l і t .

4. Розраховують середнє значення величини $\langle T \rangle$ за формулою $\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N}$

і середнє значення величини $\langle g \rangle$ за формулою (3).

5. Визначають відносні похибки результатів прямих і непрямих вимірювань: $\varepsilon_T = \varepsilon_t$; $\varepsilon_g = 2\varepsilon_\pi + \varepsilon_l + 2\varepsilon_T$.

6. Розраховують довірчу границю сумарних похибок $\Delta g = \langle g \rangle \varepsilon_g$

і записують результат визначення прискорення вільного падіння у вигляді

$$g = \langle g \rangle \pm \Delta g$$

7. Оформлюють звіт і результати заносять у таблицю.

№ n/n		Табличні величини	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань	
		π	$l, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$g, \text{ м/с}^2$
	C				-	-

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Сформулюйте закон всесвітнього тяжіння.
2. Поясніть різницю між вагою і силою тяжіння.
3. Запишіть формули, які описують залежність прискорення вільного падіння від висоти над поверхнею Землі та географічної широти місцевості.
4. Запишіть формулу для обчислення періоду коливань математичного маятника. Як змінюється період коливань при зміні прискорення вільного падіння?
5. Запишіть диференціальне рівняння гармонічних коливань та його розв'язок. Поясніть зміст понять "зміщення", "амплітуда", "початкова і повна фази", "період", "частота коливань".
6. Від яких величин залежить повна енергія гармонічних коливань?

РОБОТА 1.2 ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ НА ХРЕСТОВИДНОМУ МАЯТНИКУ ОБЕРБЕКА

Мета роботи: 1) вивчити кінематику і динаміку поступального і обертального рухів; 2) використовуючи основний закон динаміки обертального руху, визначити експериментально момент інерції тягарців, закріплених на спицях хрестоподібного маятника, і порівняти результат з теоретичним значення моменту інерції тягарців.

Прилади та обладнання: хрестоподібний маятник, чотири однакові тягарці, прискорювальний тягар, секундомір, штангенциркуль, вертикальна шкала.

Хрестоподібний маятник являє собою шків (рис. 1), до якого прикріплені чотири спиці з тягарцями масою m_1 кожний. Ці тягарці за допомогою гвинтів можуть бути закріплені на спицях на будь-якій відстані від осі обертання або ж зняті.

На шків намотується нитка, до кінця якої прикріплюється тягар масою m . Під дією тягара нитка, розмотуючись, приводить систему до рівноприскореного обертання.

Поступальний рух тягара m описується другим законом Ньютона,

$$ma = F, \quad (1)$$

де F – рівнодіюча сили тяжіння mg (g – прискорення вільного падіння) і сили натягу нитки T_1 :

$$F = mg - T_1. \quad (2)$$

Обертальний рух хрестовини описується основним рівнянням динаміки обертального руху,

$$J\beta = M, \quad (3)$$

де J – момент інерції хрестовини відносно осі обертання; β – її кутове прискорення; M – момент зовнішньої сили відносно осі обертання. Відповідно до рисунка

$$M = T_2 R, \quad (4)$$

де R – радіус шківів. Згідно з третім законом Ньютона сили $\vec{T}_1$ і $\vec{T}_2$ є рівними за величиною (і протилежними за напрямком):

$$T_1 = T_2 = T.$$

Виключаючи з рівнянь (2), (4) силу натягу нитки, комбінуючи рівняння (1), (3) і враховуючи зв'язок між лінійним і кутовим прискореннями,

$$\beta = \frac{a}{R}, \quad (5)$$

знаходимо:

$$J = mR^2 \left(\frac{g}{a} - 1 \right). \quad (6)$$

Прискорення a тягара m виражається через шлях h , пройдений тягарем (висоту падіння), і час t проходження цього шляху:

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

Вимірюючи час падіння тягара m з однієї і тієї ж висоти, отримуємо моменти інерції J_1 і J_2 хрестовини маятника з тягарцями (індекс 1) і без тягарців (індекс 2):

$$J_1 = mR^2 \left(\frac{g}{2h} t_1^2 - 1 \right), \quad J_2 = mR^2 \left(\frac{g}{2h} t^2 - 1 \right).$$

Момент інерції J_0 чотирьох тягарців на спицях визначають двома різними способами :

1) експериментально – з виразу $J_0 = J_1 - J_2$, тобто за формулою

$$J_0 = \frac{md^2 g}{8h} (t_1 + t_2)(t_1 - t_2), \quad \text{де } d = 2R; \quad (7)$$

2) теоретично – за формулою

$$J_{0T} = 4m_1 r^2. \quad (8)$$

В останньому випадку тягарці m_1 приймають за матеріальні

точки, що знаходяться на відстані r від осі обертання.

Порядок виконання роботи

1. Записують до таблиці задані значення мас m і $4m_1$ і задану викладачем висоту h падіння тягаря m .

2. Штангенциркулем вимірюють діаметр шківів d у двох різних місцях при розмотаній і намотаній нитці і визначають $\langle d \rangle$.

3. Розміщують тягарці на спицях на однаковій відстані r від осі маятника так, щоб маятник знаходився у байдужній рівновазі; визначають $\langle r \rangle$. Перш, ніж почати експеримент, перевіряють, чи добре збалансовано маятник.

4. Відмітивши початкове положення тягаря m і надавши йому можливість падати уздовж шкали, визначають t_1 – час падіння тягаря з висоти h . Вимірювання проводять три рази, результати заносять до таблиці.

5. Знімають тягарці m_1 зі спиць і знову тричі визначають час падіння t_2 тягаря m з висоти h .

6. Розраховують середні значення $\langle t_1 \rangle$ і $\langle t_2 \rangle$.

7. Оцінюють довірчі границі сумарних похибок (при достовірності не меншій 0,95) і відносні похибки результатів прямих вимірів та заносять їх до таблиці.

8. Знаходять середнє значення $\langle I_0 \rangle$, користуючись формулою (7), і оцінюють відносну похибку непрямого виміру за формулою

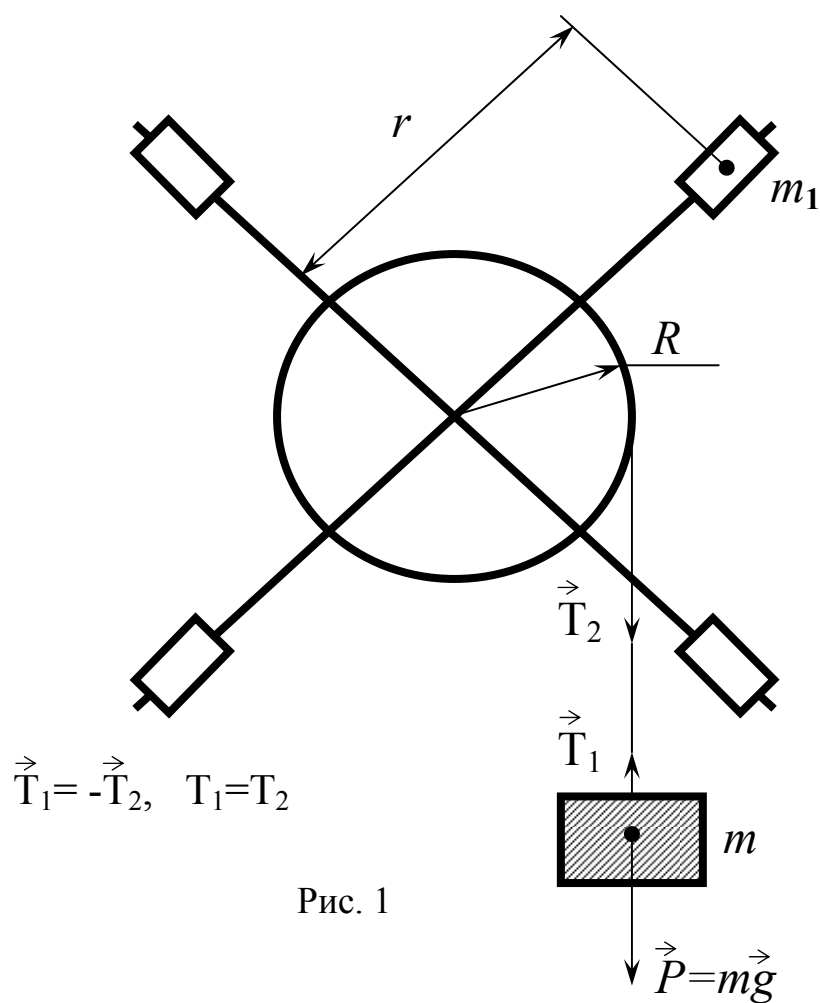
$$\varepsilon_{J_0} = \varepsilon_m + \varepsilon_g + \varepsilon_h + 2\varepsilon_d + \varepsilon_{t_1+t_2} + \varepsilon_{t_1-t_2} \quad (\text{де } \varepsilon_{t_1+t_2} = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{\langle t_1 \rangle + \langle t_2 \rangle},$$

$$\varepsilon_{t_1-t_2} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\langle t_1 \rangle + \langle t_2 \rangle}). \text{ Знаходять довірчу границю } \Delta_{J_0} \text{ за формулою}$$

$$\Delta_{J_0} = \langle J_0 \rangle \varepsilon_{J_0} ..$$

9. Оформлюють звіт і висновки. Впевнюються в тому, що теоретичне значення моменту інерції чотирьох тягарців $J_T = 4m_1 r^2$, попадає в довірчий інтервал цієї величини: $J_0 = \langle J_0 \rangle \pm \Delta_{J_0}$.

	Табличні або задані величини			Результати прямих вимірювань					Результати непрямих вимірювань	
	$g, \frac{м}{с^2}$	$4m_1, кг$	$m, кг$	$h, м$	$d, м$	$r, м$	$t_1, с$	$t_2, с$	$J_T, кг \cdot м^2$	$J_0, кг \cdot м^2$
C	-	-	-						-	-
1	-	-	-						-	-
2	-	-	-						-	-
3	-	-	-						-	-
4	-	-	-						-	-
$\langle X \rangle$										
Δ_c									-	-
Δ^o									-	-
Δ										
$\varepsilon = \Delta / \langle X \rangle$										



Запитання та вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення кутової швидкості та кутового прискорення і покажіть, як вони зв'язані з лінійною швидкістю, нормальним прискоренням і тангенціальним прискоренням.
2. Дайте визначення нормального і тангенціального (дотичного) прискорень і розкрийте їх фізичний зміст.
3. Дайте визначення моментів інерції матеріальної точки та тіла довільної форми; розкрийте фізичний зміст моменту інерції.
4. Як визначається момент сили відносно точки? Відносно осі? Відповідь проілюструйте рисунком.
5. Сформулюйте і запишіть основне рівняння динаміки обертального руху.
6. Запишіть вираз для кінетичної енергії тіла, що обертається навколо нерухомої осі.
7. Як визначається момент імпульсу тіла відносно осі обертання? Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу.

РОБОТА 1.3 ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

Мета роботи : 1) вивчити динаміку обертального руху твердого тіла; 2) визначити момент інерції тіла методом крутильних коливань.

Прилади та обладнання: крутильний маятник, циліндр, секундомір, штангенциркуль.

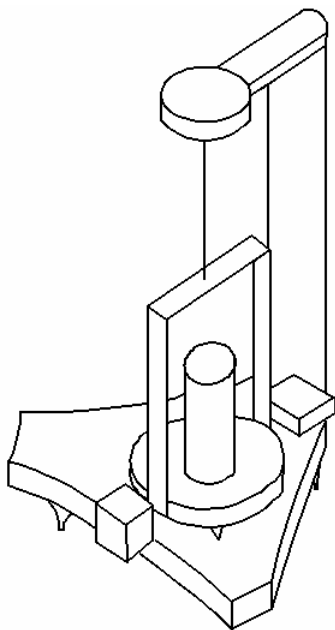


Рис.1

У даній роботі для визначення моменту інерції тіла неправильної форми використовують крутильний маятник, який являє собою підвішений на пружному дроті диск зі скобою (рис.1).

Період коливань маятника T зв'язаний з його моментом інерції співвідношенням:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}}, \quad (1)$$

де k – модуль кручення підвісу, який чисельно дорівнює моменту сили, що закручує дріт на кут в один радіан.

Для виключення k з виразу (1) діють так. На

диску розміщують циліндр з відомим моментом інерції J_y . У цьому випадку згідно з (1) період маятника дорівнюватиме:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J + J_{\ddot{o}}}{k}} \quad (2)$$

Розв'язуючи сумісно (1) і (2), одержують:

$$J = J_{\ddot{o}} \frac{T^2}{T_1^2 - T^2} \quad (3)$$

$$J_{\ddot{o}} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{8} m d^2 \quad (4)$$

де m , d – маса і діаметр циліндра.

Порядок виконання роботи

1. Записують задане значення маси циліндра m .
2. Вимірюють штангенциркулем діаметр циліндра d (не менше трьох разів).
3. Крутильний маятник приводять у коливальний рух, повернувши його на невеликий кут (20-30°). Вимірюють час t тридцяти коливань ($N=30$). Вимірювання повторюють п'ять разів.
4. На диск ставлять циліндр і, повторюючи вимірювання (див. п.3), визначають час t_1 .

5. Розраховують середнє значення $\langle t \rangle$, $\langle t_1 \rangle$, $\langle d \rangle$.

6. Обчислюють середнє значення періодів коливань $\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N}$ і $\langle T_1 \rangle = \frac{\langle t_1 \rangle}{N}$, а також середні значення моментів інерції $\langle J_y \rangle$ і $\langle J \rangle$ за формулами (4) і (3).

7. Визначають відносні похибки і довірчі границі сумарних похибок результатів вимірювань, використовуючи формули:

$$\varepsilon_{J_y} = \varepsilon_m + 2\varepsilon_d; \quad \varepsilon_T = \varepsilon_t; \quad \varepsilon_{T_1} = \varepsilon_{t_1}; \quad \Delta T = \varepsilon_T \langle T \rangle;$$

$$\Delta T_1 = \varepsilon_{T_1} \langle T_1 \rangle; \quad \varepsilon_J = \varepsilon_{J_y} + 2\varepsilon_T + \frac{2\Delta_{T_1} \langle T_1 \rangle + 2\Delta_T \langle T \rangle}{\langle T_1 \rangle^2 - \langle T \rangle^2}$$

8. Оформлюють звіт і висновки, заносючи дані в таблицю.

№ п/п	Задані величини	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань			
	m , кг	d , м	t , с	t_1 , с	N	T , с	T_1 , с	J_y , кг м ²	J , кг м ²

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення моменту інерції матеріальної точки і тіла довільної форми.
2. Запишіть і сформулюйте теорему Штейнера, проілюструйте рисунком.
3. Наведіть відомі Вам моменти інерції тіл симетричної форми.
4. Виведіть формулу кінетичної енергії тіла, що обертається навколо нерухомої осі.
5. Дайте визначення моменту імпульсу твердого тіла, що обертається відносно нерухомої осі обертання.
6. Запишіть і сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.

РОБОТА 1.4

ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА ПО ЗГИНУ СТЕРЖНЯ

Мета роботи: визначити модуль пружності (модуль Юнга) для сталі.

Прилади та обладнання: прилад для визначення модуля Юнга по стрілі прогину, лінійка, штангенциркуль, набір тягарців, індикатор.

Зміну в розміщенні частинок твердого тіла під дією зовнішніх сил називають деформацією. Зміну довжини Δl при односторонньому розтягу (або стиску) називають *абсолютною деформацією*, а відношення $\frac{\Delta l}{l}$ – відносною деформацією, де l – початкова довжина.

Деформація викликає виникнення в деформованому тілі пружної сили $F_{пр}$:

$$F_{пр} = k \Delta l, \quad (1)$$

де k – коефіцієнт жорсткості, який залежить від матеріалу і форми тіла. Формула (1), що виражає закон Гука, дійсна для пружних деформацій. Сила F , яка діє на площу поперечного перерізу тіла S , створює нормальну напругу

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (2)$$

Відповідно до закону Гука

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l}, \quad (3)$$

де E – модуль Юнга, постійний для даної речовини коефіцієнт, який характеризує її пружні властивості.

З формули (3) випливає, що модуль Юнга чисельно дорівнює напруженню, при якій відносна деформація дорівнює одиниці (тобто $\Delta l = l$).

Модуль Юнга можна визначити по згину стержня прямокутного перерізу (рис.1) за формулою

$$E = \frac{l^3}{ab^3} \cdot \frac{F}{\lambda}. \quad (4)$$

Тут l – відстань від точки опори стержня A до точки B прикладення сили F ; a і b - ширина і товщина стержня в прямокутній частині; λ – стріла прогину (тобто та відстань, на яку опускається при деформації точка C , яка лежить посередині між A і B). Стріла прогину залежить від величини навантаження, розмірів і форми стержня, а також від модуля Юнга матеріалу стержня.

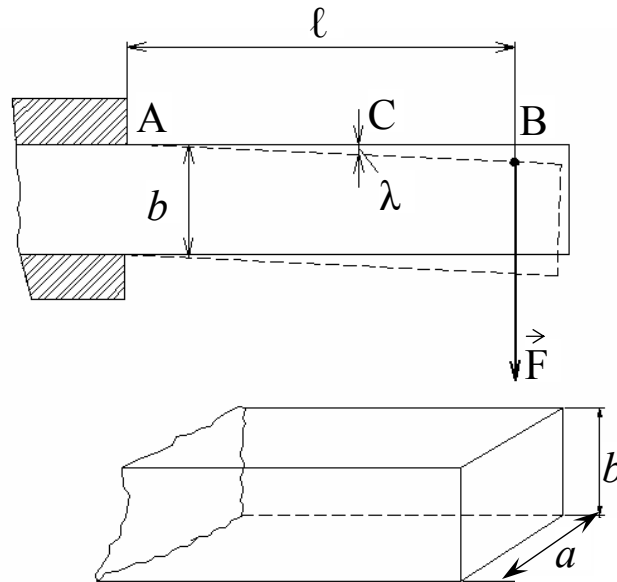


Рис.1

Порядок виконання роботи

1. Вимірюють лінійкою довжину l стержня від опори A до точки B прикладення деформуючої сили (тобто до ребра призми, на якій підвішено тягар).

2. Вимірюють штангенциркулем ширину a , товщину b стержня у вузькій прямокутній його частині.

3. У середньому положенні C закріплюють стрілочний індикатор так, щоб рухомий щуп був засунутий у корпус індикатора. При утворенні стріли прогину щуп повинен виходити з корпусу індикатора.

4. Поворотом зовнішнього кільця з насічкою на боковій поверхні встановлюють шкалу індикатора в нульове положення.

5. Чашку підвісу послідовно навантажують плоскими важками масою від 1 до 5 кг, а потім розвантажують до 0 кг. Для кожного навантаження $F = mg$ за шкалою індикатора визначають два положення стріли прогину λ (при навантаженні і розвантаженні).

6. Будують графіки залежності F від λ при навантаженні і розвантаженні (вони практично зливаються в одну пряму лінію, що проходить через початок координат, оскільки при вказаних навантаженнях деформація згину є пружною).

7. Користуючись графіком, визначають величину $\langle \frac{F}{\lambda} \rangle$ як відношення ординати правого кінця графіка до відповідної абсциси (таке відношення називають кутовим коефіцієнтом).

8. Розраховують середнє значення модуля Юнга за формулою (4) і відносну похибку вимірювань за формулою

$$\varepsilon_E = 3\varepsilon_l + \varepsilon_a + 3\varepsilon_b + \varepsilon_\lambda + \varepsilon_F.$$

9. Визначають довірчу границю $\Delta_E = \varepsilon_E \langle E \rangle$ сумарних похибок при $P \geq 0,95$.

10. Оформлюють звіт і висновки, вносячи дані в таблицю.

№ п/п	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань	
	l , м	a , м	b , м	λ , м	$\frac{F}{\lambda}$, $\frac{H}{m}$	E , Па

Запитання і вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення абсолютної і відносної, пружної і непружної та залишкової деформації.

2. Перелічіть відомі види деформації.

3. Запишіть і сформулюйте закон Гука (в загальному вигляді і для одностороннього розтягу або стиску).

4. Розкрийте фізичний зміст модуля Юнга

5. Нарисуйте діаграму розтягу і вкажіть точки, що відповідають границям пружності і міцності. Вкажіть границі виконання закону Гука і границі пластичних деформацій.

6. Поясніть відмінності в пружних властивостях пластичних і крихких, а також аморфних і кристалічних тіл.

РОБОТА 1.5

ПЕРЕВІРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНУ ДИНАМІКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Мета роботи: 1) засвоїти основні питання кінематики і динаміки обертального руху твердого тіла; 2) визначити експериментально прискорення центра мас маятника і порівняти його з теоретичним значенням.

Прилади: маятник Максвелла, секундомір, штангенциркуль, лінійка.

Маятник Максвелла – це невеликий диск (маховичок), що туго насаджений на валик і під дією сили тяжіння може опускатися на двох нитках, які попередньо намотані на валик маховичка (див. рис. 1).

Дві нитки під час руху вниз розмотуються на всю довжину. Маховик, що розкрутився, продовжує обертальний рух у тому ж напрямку, намотуючи нитку на вісь. Внаслідок цього він підіймається угору і при цьому гальмує свій рух.

Піднявшись до верхньої точки, диск знову буде спускатися вниз і т.д. Маховичок буде коливатися, рухаючись то угору, то вниз; тому такий пристрій і називають маятником.

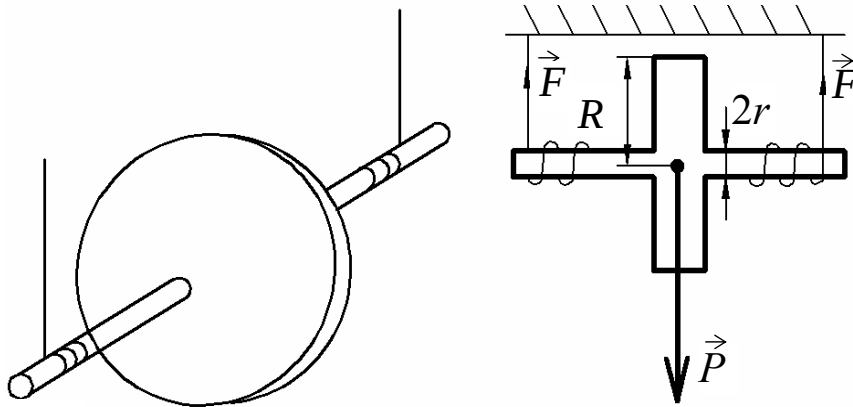


Рис.1

Позначимо через P силу тяжіння, що діє на маятник, а через F силу натягу однієї нитки. Тоді рівняння поступального руху маховика запишеться у вигляді:

$$P - 2F = ma, \quad (1)$$

де m – маса маятника; a – прискорення його центра мас. Рівняння для обертального руху буде мати вигляд:

$$2Fr = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (2)$$

де r – радіус валика; ω – кутова швидкість обертального руху диска; J – момент інерції маятника. Останній дорівнює сумі моментів інерції валика J_1 і диска J_2 :

$$J = J_1 + J_2. \quad (3)$$

Валик є однорідним циліндром, тому

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 r^2, \quad (4)$$

де m_1 – маса валика. Момент інерції диска з коаксіальним отвором в ньому визначається з виразу

$$J_2 = \frac{1}{2} m_2 (R^2 - r^2), \quad (5)$$

де R – радіус диска; r – радіус отвору (дорівнює радіусу валика); m_2 – маса диска.

Враховуючи, що $a = r \frac{d\omega}{dt}$, з рівнянь (1) і (2) знаходимо:

$$a = \frac{P}{m + \frac{J}{r^2}} = \frac{mg}{m + \frac{J}{r^2}}. \quad (6)$$

Якщо диск і валик виготовлені з одного і того ж самого матеріалу і радіус валика набагато менше радіуса диска (тобто $r \ll R$), формула (6) спрощується і набуває вигляду:

$$a \approx 2g \left(\frac{r}{R} \right)^2. \quad (7)$$

Прискорення центра мас маятника можна визначати також за формулою:

$$a \approx \frac{2S}{t^2}, \quad (8)$$

де S – шлях, пройдений центром мас від крайнього верхнього положення до крайнього нижнього, t – час одного повного розкручування маятника. Надалі позначимо через a_T прискорення центра мас, розраховане теоретично за формулою (7) з використанням відомих значень r і R , а через a_e – виміряне експериментально (тобто отримане при підстановці в (8) результатів вимірювань S і t).

Мета даної роботи – порівняти експериментальне a_e та теоретичне a_T значення прискорення і проаналізувати можливі причини розбіжності одержаних результатів.

Порядок виконання роботи

1. Вимірюють за допомогою штангенциркуля діаметри d і D валика та диска в трьох різних місцях і визначають їх радіуси $r = \frac{d}{2}$

та $R = \frac{D}{2}$. Результати вимірювань заносять до таблиці.

2. Помітивши початкове положення маятника, пускають його падати вздовж шкали і в момент пуску включають секундомір. Визначають час повного розкручування. Вимірювання t виконують тричі для одного і того ж самого значення S . Результати вимірювань заносять до таблиці.

3. За середніми значеннями $\langle S \rangle$, $\langle t \rangle$, $\langle R \rangle$ і $\langle r \rangle$ визначають експериментальне a_e та теоретичне a_T значення прискорення центра мас за формулами (8) і (7). Результати обчислень заносять до таблиці.

4. Оцінюють довірчі границі сумарних похибок і відносні похибки результатів прямих вимірювань.

5. Визначають довірчі границі сумарних похибок непрямих вимірювань за формулами

$$\Delta_{a_e} = \langle a_e \rangle \varepsilon_{a_e}; \quad \varepsilon_{a_e} = \varepsilon_S + 2\varepsilon_t$$

$$\Delta_{a_T} = \langle a_T \rangle \varepsilon_{a_T}; \quad \varepsilon_{a_T} = \varepsilon_g + 2(\varepsilon_R + \varepsilon_r)$$

6. Порівнюють значення a_e і a_T з урахуванням довірчих границь їх сумарних похибок. Аналізують можливі причини розбіжності результатів.

№ п/п	Табличні величини	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань	
	$g, \text{м/с}^2$	$R, \text{м}$	$r, \text{м}$	$S, \text{м}$	$t, \text{с}$	$a_e, \text{м/с}^2$	$a_T, \text{м/с}^2$
	-						

Запитання і вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення кутової швидкості та кутового прискорення.

2. Як зв'язані лінійна та кутова швидкості, лінійне та кутове прискорення?

3. Що таке момент сили?

4. Що таке момент інерції, в яких одиницях він вимірюється? Наведіть приклади моментів інерції тіл симетричної форми.

5. Запишіть і сформулюйте основний закон динаміки обертального руху.

6. Дайте визначення моменту імпульсу, запишіть і сформулюйте закон збереження моменту імпульсу і наведіть приклади, що ілюструють цей закон.

Вступ до робіт 1.6, 1.7, 1.8.

ФІЗИЧНИЙ МАЯТНИК

Період гармонічних коливань фізичного маятника T визначається за формулою

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (1)$$

де g – прискорення вільного падіння, L – приведена довжина фізичного маятника, яка у свою чергу визначається із співвідношення:

$$L = \frac{I}{md}, \quad (2)$$

де I – момент інерції маятника відносно осі качань O ; m – маса маятника; d – відстань від осі качань до центра мас маятника C (рис.1).

Згідно з теоремою Штейнера $I = I_c + md^2$, де I_c – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через центр мас (і паралельно осі качань). I_c можна записати у вигляді $I_c = md_0^2$,

де d_0 – радіус інерції. Використовуючи останні два співвідношення, замість рівняння (2) отримуємо

$$L = \frac{d^2 + d_0^2}{d}. \quad (3)$$

Беручи до уваги формулу (3), для періоду коливань (1) маємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d^2 + d_0^2}{gd}}. \quad (4)$$

З рівняння (4) випливає, що період коливань T фізичного маятника є функцією аргументу d , тобто $T = T(d)$. Графік залежності $T = T(d)$ наведено на рис.2. Можна показати, що функція $T = T(d)$ має мінімум при $d = d_0$, а при $d \rightarrow 0$ та $d \rightarrow \infty$ прямує до нескінченності.

З графіка видно, що кожному періоду коливань відповідають два значення d : $d_1 < d_0$ та $d_2 > d_0$. Використовуючи рівність $T(d_1) = T(d_2)$, можна довести, що $L = d_1 + d_2$.

Враховуючи це співвідношення, з формули (1) отримуємо:

$$g = 4\pi^2 \frac{d_1 + d_2}{T^2}. \quad (5)$$

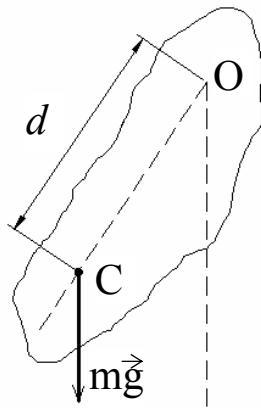


Рис.1

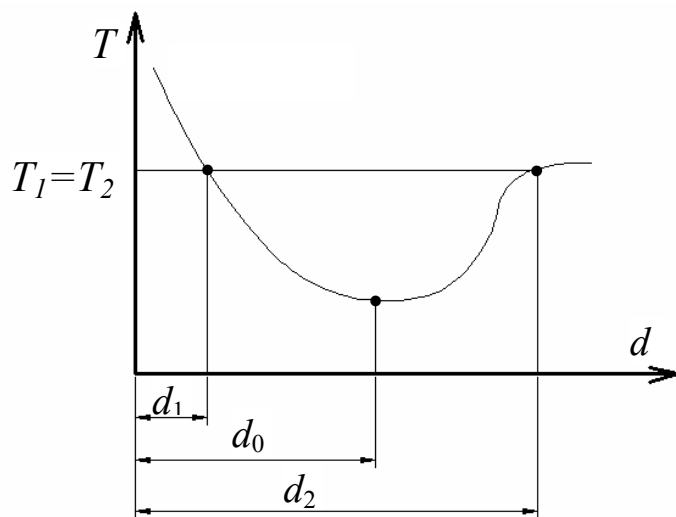


Рис.2

РОБОТА 1.6

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: 1) вивчити гармонічні коливання; 2) виміряти прискорення вільного падіння.

Прилади та обладнання : стержень з призмою, секундомір.

Фізичний маятник, що використовується у даній роботі, називають оборотним. Він складається з металевого стержня, на якому закріплено призми P_1 і P_2 і тягарі G_1 і G_2 (рис.1). Один з них закріплено жорстко, а другий може переміщуватися уздовж стержня і закріплюватися гвинтом. Положення тягарів підібрано так, що періоди T_1 і T_2 коливань маятника відносно призми P_1 і P_2 збігаються. При збігу періодів відстань між призмами дорівнює приведеній довжині маятника $L = d_1 + d_2$. В роботі ця відстань становить $0,730 \pm 0,001$ м.

Порядок виконання роботи

1. Відхиляють маятник від положення рівноваги на малий кут ($5-8^\circ$) і, пропустивши 1-2 коливання, визначають за допомогою секундоміра час t_1 п'ятдесяти повних коливань. Вимірювання величини t_1 повторюють тричі.

2. Перевертають маятник і тричі вимірюють час t_2 п'ятдесяти повних його коливань у новому положенні.

3. Результати всіх шести вимірювань часу t обробляють за стандартною формою.

4. Розраховують середнє значення періоду $\langle T \rangle$ за формулою $\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{50}$ і середнє значення величини $\langle g \rangle$, використовуючи формулу (5) на с.61.

5. Розраховують відносні похибки $\varepsilon_T = \varepsilon_t$ та $\varepsilon_g = \varepsilon_L + 2\varepsilon_T$.

6. Розраховують довірчу границю сумарних похибок вимірювань величини g при достовірності $P \geq 0,95$, тобто $\Delta_g = \langle g \rangle \varepsilon_g$.

Записують довірчий інтервал у вигляді $g = \langle g \rangle \pm \Delta_g$

7. Оформляють звіт і висновки, для чого заносять дані в таблицю.

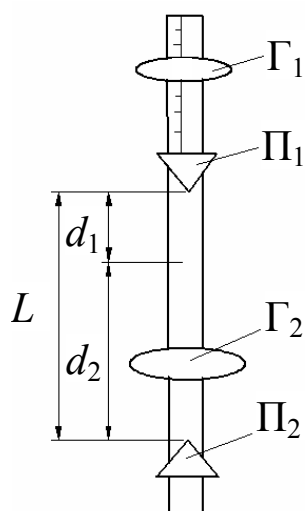


Рис.1

№ п/п	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань	
	$t, \text{с}$	$L, \text{м}$	$T, \text{с}$	$g, \text{м/с}^2$

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Дайте визначення гармонічних коливань та поясніть зміст понять "амплітуда", "частота", "циклічна частота", "період", "фаза".
2. Які коливання називають вільними (власними) ?
3. Що таке фізичний маятник? Приведена довжина фізичного маятника.
4. Які сили називають квазіпружними? Наведіть приклади.
5. Дайте визначення моменту інерції твердого тіла і радіуса інерції.
6. Запишіть і сформулюйте теорему Штейнера та наведіть рисунок, що її ілюструє.
7. Поясніть, як і чому прискорення вільного падіння залежить від широти місцевості.

РОБОТА 1.7

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ПО КРИВІЙ ЗАЛЕЖНОСТІ ПЕРІОДУ КОЛИВАНЬ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА ВІД ПОЛОЖЕННЯ ТОЧКИ ПІДВІСУ.

Мета роботи: 1) вивчити гармонічні коливання; 2) визначити приведену довжину маятника та прискорення вільного падіння.

Прилади та обладнання: металевий стержень з опорною призмою, секундомір.

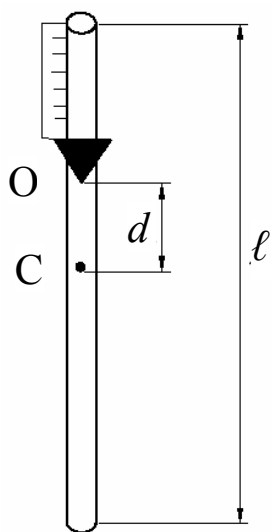


Рис.1

Фізичний маятник, що використовується в даній роботі, являє собою однорідний металевий стержень завдовжки близько 1 м (рис.1). На стержні є шкала і пересувна опорна призма, яку можна закріпити у будь-якому місці стержня.

Порядок виконання роботи

1. Опорну призму закріплюють на самому кінці стержня-маятника. Ребрам опорної призми маятник ставлять на підставку; відхиливши його від положення рівноваги на малий кут ($\leq 4^\circ$), вимірюють за допомогою секундоміра час 50 повних коливань і обчислюють їх період.

2. Повторюють вимірювання (див. п.1) через кожні 4 см і дані заносять у таблицю.

Треба одержати 10-12 значень періоду (періоди можуть відрізнятися на соті долі секунди, їх необхідно визначити дуже ретельно).

3. За даними таблиці будують графік функції $T=T(d)$ (див. рис.2 на стор.104). По осі абсцис відкладають відстань між серединою стержня і ребром опорної призми, по осі ординат - значення періоду. Через експериментальні точки, нанесені на графік, проводять плавну криву так, щоб приблизно однакова кількість точок була розташована по обидві сторони кривої. Графік необхідно будувати тільки на міліметровому папері.

4. Паралельно осі абсцис проводять пряму так, щоб вона двічі перетинала криву $T=T(d)$. Знаходять значення ординати T та абсцис d_1 і d_2 точок перетину і визначають приведену довжину $L = d_1 + d_2$. Прискорення вільного падіння g обчислюють за формулою (5), наведеною, мінімум для трьох значень приведеної довжини і періоду; потім знаходять середнє арифметичне.

№ п/п	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань		
	d , м	t , с	T , с	L , м	g , м/с ²

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Що таке фізичний маятник? За яких умов його коливання є гармонічними?
2. Що таке приведена довжина фізичного маятника?
3. Дайте визначення моменту інерції твердого тіла та радіуса інерції, виразіть радіус інерції однорідного стержня через його довжину.
4. Сформулюйте теорему Штейнера і наведіть рисунок, що її ілюструє.
5. Розкрийте математичний та фізичний зміст поняття фази коливань. На яку величину змінюється фаза за час, що дорівнює періоду? Відповідь обґрунтуйте.
6. За яких умов виникає явище невагомості?

РОБОТА 1.8

ВИЗНАЧЕННЯ ЛОГАРИФМІЧНОГО ДЕКРЕМЕНТУ ЗАГАСАННЯ КОЛИВАНЬ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: 1) вивчити загасаючі коливання; 2) визначити логарифмічний декремент загасання і коефіцієнт загасання коливань.

Фізичний маятник, що використовується в даній роботі, має вигляд стержня з тягарцем на кінці /рис.1/. Стержень підвішений на кронштейні за допомогою шарикового підшипника. На підставці у площині коливань встановлено шкалу, яка дозволяє вимірювати амплітуду. Наявність сил тертя призводить до того, що енергія маятника, який вільно коливається, витрачається на роботу з їх подолання і з часом зменшується. В результаті цього зменшується амплітуда коливань. Отже, вільні /власні/ коливання завжди загасають і тому, строго кажучи, не є гармонічними. Амплітуда цих загасаючих коливань зменшується за експоненціальним законом:

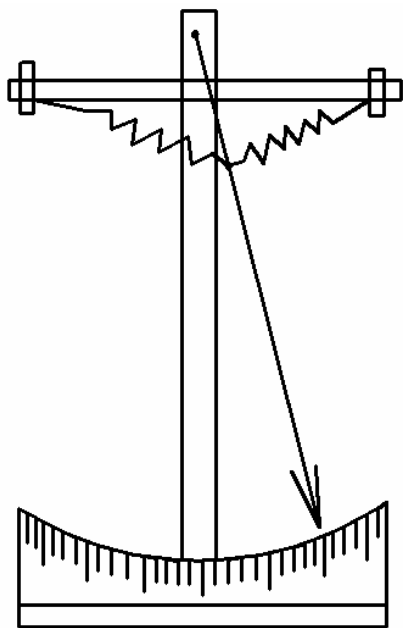


Рис.1

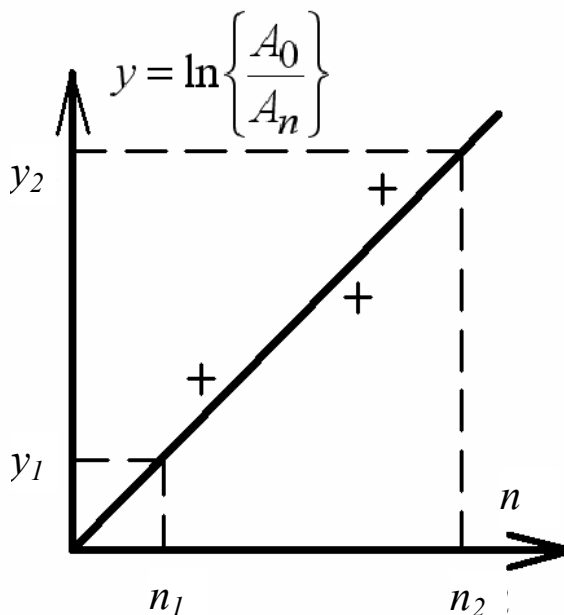


Рис.2

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}. \quad (1)$$

Тут A_0 – амплітуда в початковий момент часу, $t=0$; β – параметр системи, який називається **коефіцієнтом загасання**. Згідно з рівнянням (1) за час $\tau = 1/\beta$ амплітуда загасаючих коливань зменшується в e разів. Величину τ називають **часом релаксації** системи; за цей час відбувається $N = \tau/T = 1/\beta T$ повних коливань (тут T – період коливань).

Коефіцієнт загасання β враховує наявність сил тертя (за відсутності тертя $\beta=0$). Для зміни величини β фізичний маятник, що використовується в даній роботі, має поновлюючі пружини. Для характеристики загасання коливань поряд з коефіцієнтом загасання користуються безрозмірною величиною $\delta = \frac{1}{N} = \beta T$, яка називається **декрементом загасання** (або логарифмічним декрементом).

Логарифмічний декремент загасання δ визначається як натуральний логарифм відношення амплітуд, що відрізняються за часом, на період:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}. \quad (2)$$

Виходячи з формули (1), можна довести, що для будь-якого цілого числа n має місце співвідношення

$$\ln \frac{A(t)}{A(t+nT)} = n\delta = n\beta T \quad (3)$$

Порядок виконання роботи

1. За допомогою установочних гвинтів встановлюють підставку маятника горизонтально.

2. За відсутності поновлюючих пружин відхиляють маятник на невеликий кут ($\leq 10^\circ$), відраховують по шкалі кількість поділок A_0 (тут $A_0 = A(0)$) і відпускають маятник. Потім відраховують $n=10$ повних коливань і знову вимірюють амплітуду. Результат позначають через A_n (тут $A_n \equiv A(nT)$).

3. Встановлюють те ж саме значення A_0 і повторюють вимірювання (див. п.2) для $n = 20, 30, 40, 50, 60, 70$. Результати заносять у табл.1.

4. Вимірювання (див. п.п.2,3) повторюють за наявності поновлюючих пружин. Результати заносять у табл.2.

5. Обчислюють значення A_n/A_0 та $\ln(A_0/A_n)$ і заносять їх у відповідні таблиці.

6. Для маятника з пружинами і без них будують на одному і тому ж самому графіку за даними таблиці 1 та 2 залежності відношення амплітуд A_n/A_0 від кількості коливань n . Одержані криві порівнюють між собою.

7. Для маятника з пружинами будують графік, відкладаючи по осі абсцис кількість коливань n , а по осі ординат – значення $y = \ln(A_0/A_n)$. Логарифмічний декремент загасання визначають, знаходячи нахил одержаної прямої лінії (див. рис.2, де хрестиком позначено експериментальні точки):

$$\delta = \frac{y_2 - y_1}{n_2 - n_1}.$$

8. Аналогічно обчислюють логарифмічний декремент загасання δ_0 для маятника без пружин.

9. За допомогою секундоміра визначають періоди T і T_0 коливань маятника з пружинами і без них, вимірюючи проміжки часу t

50 повних коливань:

$$T = \frac{\langle t \rangle}{50}; \quad T_0 = \frac{\langle t_0 \rangle}{50}.$$

Розраховують коефіцієнт загасання $\beta = \delta / T$, $\beta_0 = \delta_0 / T_0$
маятника з пружинами і без них та відповідний час релаксації

$$\tau = 1 / \beta, \quad \tau_0 = 1 / \beta_0.$$

Розрахунки заносять у табл.3.

1. Результати розрахунків для маятника без пружин; $A_0 = \dots$

N	A_n	A_n/A_0	$\ln(A_0/A_n)$	δ_0
10				
20				
...				
70				

2. Результати розрахунків для маятника з пружинами; $A_0 = \dots$

n	A_n	A_n/A_0	$\ln(A_0/A_n)$	δ
10				
20				
...				
70				

3.

№ п/п	Результати непрямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань					
	$t_0, \text{с}$	$t, \text{с}$	$T_0, \text{с}$	$\beta_0, \text{с}^{-1}$	$\tau_0, \text{с}$	$T, \text{с}$	$\beta, \text{с}^{-1}$	$\tau, \text{с}$

Запитання та вправи для самоконтролю

1. Складіть диференціальне рівняння власних незагасаючих коливань і залишіть його розв'язок.

2. Складіть диференціальне рівняння власних коливань з урахуванням сил тертя; запишіть його розв'язок і зробіть аналіз.
3. Як залежить амплітуда загасаючих коливань від часу? Запишіть вираз і проілюструйте графіком.
4. Що таке коефіцієнт загасання? Який його фізичний зміст?
5. Дайте визначення логарифмічного декременту загасання; покажіть, як він зв'язаний з коефіцієнтом загасання і розкрийте його фізичний зміст.

2. МОДУЛЬ 2 „МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА”

2.1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ

Кількість речовини однорідного газу (в молях):

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{чи} \quad \nu = \frac{m}{M},$$

де N –число молекул газу; N_A –стала Авогадро; m –маса газу; M –молярна маса (маса одного, 1моль) газу.

Якщо система являє суміш декількох газів, то кількість речовини системи визначається як:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \dots + \frac{N_n}{N_A}$$

або

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n},$$

де ν_i, N_i, m_i, M_i –відповідно кількість речовини, число молекул, маса, молярна маса i -го компонента суміші.

Рівняння Менделєєва – Клапейрона (рівняння стану ідеального газу):

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT,$$

де p, V, T – параметри стану; m –маса газу; M –молярна маса газу; $\nu = m/M$ –кількість речовини; $R = 8,31$ Дж/моль·К – універсальна газова стала; T –термодинамічна температура.

Дослідні (експериментальні) газові закони, які є частковим випадком рівняння Менделєєва – Клапейрона для ізопроеесів:

а) закон Бойля–Маріотта (ізоермічний процес $T = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$pV = \text{const}, \quad \text{чи для двох станів газу: } p_1V_1 = p_2V_2;$$

б) закон Гей – Люсака (ізобарний процес – $p = \text{const}$, $m = \text{const}$) :

$$\frac{V}{T} = \text{const}, \quad \text{чи для двох станів: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

в) закон Шарля (ізохорний процес – $V = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$\frac{p}{T} = \text{const}, \quad \text{чи для двох станів:} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

г) об'єднаний газовий закон ($m = \text{const}$):

$$\frac{pV}{T} = \text{const}, \quad \text{або} \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

де p_1, V_1, T_1 —тиск, об'єм та температура газу в початковому стані;

p_2, V_2, T_2 —те ж саме, в кінцевому стані.

Закон Дальтона, який визначає тиск суміші газів:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

де p_1 —парціальні тиски компонентів суміші; n —число компонентів суміші.

Парціальний тиск є тиск газу, який створював би цей газ, якби він один знаходився в ємності, яку займає суміш.

Молярна маса суміші газів:

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n},$$

де m_i —маса i -го компонента суміші; $\nu_i = \frac{m_i}{M_i}$ —кількість речовини

i -го компонента суміші; n —число компонентів суміші.

Масова доля ω_i i -го компонента суміші газу (в долях одиниці чи відсотках):

$$\omega_i = \frac{m_i}{m},$$

де m —маса суміші.

Концентрація молекул:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M},$$

де N —число молекул, які містить дана система; ρ —густина речовини;

V —об'єм системи. Формула дійсна не тільки для газів, але і для будь-якого агрегатного стану речовини.

Основне рівняння молекулярно – кінетичної теорії ідеальних газів

Тиск ідеального газу p прямо пропорційний концентрації n молекул газу і середній кінетичній енергії поступального руху $\langle \varepsilon_n \rangle$ молекули газу:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle \quad (1)$$

Відповідно до експериментальних газових законів і висновків молекулярно-кінетичної теорії газів встановлено, що

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (2)$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана, T – термодинамічна температура.

Тоді рівняння (1) можна записати у вигляді залежності тиску газу від концентрації молекул та температури:

$$p = nkT. \quad (3)$$

Середня повна кінетична енергія молекули:

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT, \text{ де } i\text{—число ступенів свободи молекули, що}$$

дорівнює 3, 5 та 6 для одно-, двоатомного та три чи більш атомного газу.

Швидкість молекул :

$$\langle V_{KB} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (\text{середня квадратична});$$

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (\text{середня арифметична});$$

$$V_{im} = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad (\text{найбільш ймовірна}),$$

де m_1 – маса однієї молекули.

Відносна швидкість молекули:

$$u = \frac{V}{V_{im}},$$

де V – швидкість даної молекули.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу записується ще й так:

$$p = \frac{1}{3} n m_1 V_{\text{кв}}^2.$$

Перший закон термодинаміки

Важливою характеристикою термодинамічної системи є її **внутрішня енергія U** . Внутрішня енергія – це сума енергій хаотичного (теплого) руху мікрочастинок системи (молекул, атомів, електронів, ядер тощо) та енергії взаємодії цих частинок. Внутрішня енергія – однозначна функція термодинамічного стану системи.

Внутрішня енергія ідеального газу визначається за формулою:

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT, \quad (1)$$

де i – число ступенів свободи молекули

Перший закон термодинаміки є законом збереження і перетворення енергії стосовно до теплових процесів. В неізольованих термодинамічних системах цей закон формулюється як закон рівності між прибуттям і витратою енергії в системі.

Математичний запис цього закону:

$$Q = \Delta U + A, \quad (2)$$

тобто: кількість теплоти Q , що передана системі, витрачається на збільшення її внутрішньої енергії ΔU і виконання роботи A проти зовнішніх сил.

У диференціальній формі цей закон запишеться у вигляді:

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (3)$$

де dU – нескінченно мала зміна внутрішньої енергії, δA – елементарна робота; δQ – нескінченно мала кількість теплоти.

У СІ кількість теплоти виражається в тих же одиницях, що робота і енергія, тобто в джоулях (Дж).

Питома теплоємність газу при сталому об'ємі (c_v) та при сталому тиску (c_p):

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M}; \quad c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}.$$

Зв'язок між питомою c та молярною C теплоємностями:

$$c = \frac{C}{M} \quad \text{або} \quad C = cM.$$

Рівняння Майєра:

$$C_p - C_v = R$$

Внутрішня енергія ідеального газу:

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_v T$$

Робота розширення газу:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad (\text{у загальному випадку});$$

$$A = p(V_2 - V_1) \quad (\text{при ізобарному процесі});$$

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (\text{при ізотермічному процесі});$$

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_v \Delta T \quad \text{чи} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] \quad (\text{при}$$

адіабатичному процесі), де $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ — показник адіабати.

Рівняння Пуассона, яке зв'язує параметри ідеального газу при адіабатичному процесі:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1},$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}.$$

Другий закон термодинаміки

Коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини дорівнює:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 — теплота, яка отримана робочим тілом від нагрівача; Q_2 — теплота, яка передана робочим тілом холодильнику.

Термічний коефіцієнт корисної дії циклу Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 і T_2 – відповідно термодинамічна температура нагрівача та холодильника.

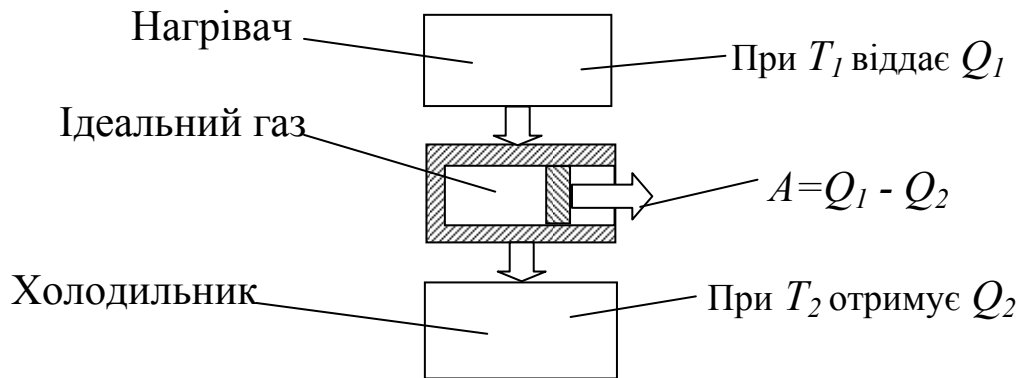


Рис. 14

Другий закон термодинаміки визначає напрямок протікання термодинамічних процесів, визначає які процеси в природі можливі, а які неможливі. Існує кілька еквівалентних формулювань закону. Наведемо деякі з них.

1. Неможливий періодично діючий механізм, який всю одержану від нагрівача кількість теплоти Q_1 повністю переводив би в роботу A ; частина цієї кількості теплоти Q_2 повинна бути віддана холодильнику (формулювання Кельвіна).

Використовуючи поняття **ентропії** S – характеристики стану термодинамічної системи, другий закон формулюється як **закон зростання ентропії ізолюваної системи** (Клаузіус).

2. В ізолюваних системах здійснюються лише такі процеси, при яких **ентропія** системи **зростає**, якщо здійснюються необоротні процеси (наприклад, вирівнювання температур, тисків, концентрації різних речовин, електричних потенціалів у різних частинах системи), або залишається сталою якщо процеси оборотні.

За Клаузіусом ентропія – це фізична величина, зміна якої в системі при елементарному оборотному процесі дорівнює відношенню кількості теплоти δQ до температури T цього процесу.

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Фізичний зміст ентропії відкривається в статистичній фізиці. За Больцманом ентропія зв'язується з термодинамічною ймовірністю Ω стану системи. Термодинамічна ймовірність – це число способів, якими може бути реалізований даний стан макросистеми. За визначенням $\Omega \geq 1$, тобто термодинамічна ймовірність не є

ймовірністю в математичному розумінні. Згідно з теорією Больцмана, ентропія системи і термодинамічна ймовірність зв'язані між собою співвідношенням:

$$S = k \ln \Omega.$$

Формула Больцмана дозволяє дати ентропії такий статистичний зміст: **ентропія є мірою неупорядкованості системи.**

Оскільки реальні процеси необоротні, то на основі другого закону термодинаміки можна стверджувати, що **всі процеси в ізольованій системі ведуть до збільшення її ентропії.** В стані термодинамічної рівноваги системи ентропія досягає максимального значення.

Коефіцієнт поверхневого натягу:

$$\alpha = \frac{F}{l} \quad \text{чи} \quad \alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

де F —сила поверхневого натягу, яка діє на контур l , що обмежує поверхню рідини; E —зміна вільної енергії поверхневої плівки рідини, яка зв'язана зі зміною площі ΔS поверхні цієї плівки.

Формула Лапласа, що виражає тиск, створений сферичною поверхнею рідини:

$$p = \frac{2\alpha}{R},$$

де R —радіус сферичної поверхні.

Висота підйому рідини в капілярній трубці:

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g R},$$

де θ —крайовий кут ($\theta = 0$ при повному змочуванні стінок трубки рідиною; $\theta = \pi$ при повному незмочуванні); R —радіус каналу трубки; ρ —густина рідини; g —прискорення вільного падіння.

Висота підйому рідини між двома близькими та паралельними одна до одної площинами:

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g d},$$

де d —відстань між площинами.

2.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. При нагріванні на 600 К тиск ідеального газу збільшився в три рази. Обчислити початкову температуру цього газу.

Розв'язання. Введемо позначення $\Delta T = 600$ К – зміна температури газу, T_1 – початкове значення температури, $T_2 = T_1 + \Delta T$ – кінцеве значення температури газу, $n = p_2/p_1$ – зміна його тиску внаслідок нагрівання (тобто в скільки разів змінився тиск). За умовою задачі $n = 3$. Використаємо закон Шарля, записуючи його через введені позначення:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad n = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Розв'язуючи це рівняння, знаходимо початкову температуру:

$$T_1 = \frac{\Delta T}{n - 1} = 300 \text{ К},$$

тобто початкова температура газу дорівнює 300 К.

Приклад 2. Яку початкову температуру мало повітря в циліндрі під поршнем, який вільно рухається без тертя, якщо в результаті нагрівання на 100 К його об'єм збільшився на 10% від початкового значення?

Розв'язання. Запишемо початкові й кінцеві параметри газу і значення його температури : спочатку – V_1 і T_1 , після нагрівання – $V_2 = 1,1 \cdot V_1$; $T_2 = T_1 + \Delta T$, де $\Delta T = 100$ К. Для ізобарного процесу можна записати:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad \text{або} \quad \frac{1,1V_1}{V_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1};$$
$$0,1 = \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Отже, $T_1 = \Delta T / 0,1 = 1000 \text{ К}$.

Приклад 3. При температурі + 27°C і тиску 267 кПа густина деякої сполуки вуглецю і водню 1,5 кг/м³. Визначити, яка це сполука і написати її формулу.

Розв'язання. За законом Клапейрона-Менделєєва

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (1)$$

знаходимо вираз для молярної маси M :

$$M = m \frac{RT}{pV}, \quad (2)$$

де m —маса; V —об'єм; p —тиск; T —термодинамічна температура;

R —універсальна газова стала; $\frac{m}{V} = \rho$ —густина речовини.

Отже,

$$M = \rho \frac{RT}{p}. \quad (3)$$

Запишемо в одиницях СІ числові значення величини, що входять у формулу (3):

$\rho = 1,5 \text{ кг/м}^3$; $R = 8,32 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$; $T = 300 \text{ К}$; $p = 2,67 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Підставимо в формулу (3) і вирахуємо молярну масу M даної сполуки:

$$M = \rho \frac{RT}{p} = \frac{1,5 \cdot 8,32 \cdot 300}{2,67 \cdot 10^5} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Молярна M і відносна молекулярна M_r маси зв'язані залежністю

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad (4)$$

Отже,

$$M_r = 16.$$

Отже, відносна молекулярна маса $M_r = 16$.

$$M_r = x A_{r(\text{C})} + y A_{r(\text{H})}, \quad (5)$$

де $A_{r(\text{C})}$ і $A_{r(\text{H})}$ — відносні атомні маси вуглецю і водню;

x і y — кількості атомів відповідно вуглецю і водню в сполуці.

$$\begin{aligned} A_{r(\text{C})} &= 12; A_{r(\text{H})} = 1; \\ 16 &= x \cdot 12 + y \cdot 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Підбираємо значення x і y в рівнянні (6):

$$\begin{aligned} x &= 1; y = 4; \quad 16 = 1 \cdot 12 + 4 \cdot 1; \\ &1 \text{ C} + 4 \text{ H}. \end{aligned}$$

Отже, формула даної сполуки CH_4 — це газ метан.

Приклад 4. Балон містить 80 г кисню та 320 г аргону. Тиск суміші дорівнює 1 МПа, а температура—300 К. Вважаючи наведені гази ідеальними, визначити об'єм балона.

Розв'язання. За законом Дальтона тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші. З рівняння

Менделєєва–Клапейрона парціальні тиски p_1 кисню та p_2 аргону дорівнюють:

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 V}, \quad p_2 = \frac{m_2 RT}{M_2 V}.$$

Отже, за законом Дальтона тиск суміші газів дорівнює:

$$p = p_1 + p_2, \text{ або } p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V}.$$

Звідси об'єм балона

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}.$$

Проведемо розрахунки, враховуючи, що $M_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (кисень), та $M_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (аргон):

$$V = \left(\frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot 300}{10^6} \text{ м}^3 = 0,0262 \text{ м}^3 = 26,2 \text{ л}.$$

Приклад 5. Визначіть найбільш імовірну швидкість молекул газу, густина якого при тиску $p = 40$ кПа становить $\rho = 0,35$ кг/м³.

Розв'язання. Найбільш ймовірна швидкість молекул газу

$$V_i = \sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

де M – молярна маса газу.

З рівняння стану газу:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

або

$$p = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{M} = \rho \frac{RT}{M}.$$

Звідси

$$\frac{RT}{M} = \frac{p}{\rho}.$$

Отже,

$$V_i = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{2 \frac{p}{\rho}}.$$

Перевіримо розмірність лівої та правої частин формули:

$$\frac{m}{c} = \sqrt{\frac{H \cdot m^3}{m^2 \cdot \kappa \mathcal{E}}} = \sqrt{\frac{\kappa \mathcal{E} \cdot m \cdot m}{c^2 \cdot \kappa \mathcal{E}}} \frac{m}{c}.$$

Підставимо числові значення величин з умови задачі:

$$V_i = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^4}{0,35}} = 478 \text{ м/с}.$$

Приклад 6. При якій температурі середня арифметична швидкість (за розподілом Максвелла) атомів неону становить половину першої космічної швидкості?

Розв'язання. Відомо, що перша космічна швидкість

$$V_1 = \sqrt{g \cdot R_3} \approx 7,9 \cdot 10^3 \frac{m}{c}. \quad (1)$$

$$\text{Середня арифметична швидкість} \quad \bar{V} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}}, \quad (2)$$

де m – маса одного атома неону, що має $z=10$, $A=20$; тобто $m = 20 \text{ а.о.м} = 20 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

За умовою задачі:

$$\frac{V_1}{2} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}}. \quad (3)$$

Тоді:

$$\begin{aligned} \frac{V_1^2}{4} &= \frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m} \text{ або} \\ T &= \frac{\pi \cdot m \cdot V_1^2}{32 \cdot k}. \end{aligned} \quad (4)$$

Підставимо числові значення:

$$T = \frac{3,14 \cdot 20 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot (7,9 \cdot 10^3)^2}{32 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} = \frac{650,6 \cdot 10^{-20}}{44,2 \cdot 10^{-23}} = 1,47 \cdot 10^4 \text{ К}.$$

Тобто, температура, при якій виконується умова задачі дорівнює $14700 \text{ К} = 1,47 \cdot 10^4 \text{ К}$.

Перевіримо розмірність:

$$[T] = \frac{[m] \cdot [V^2]}{[k]} = \frac{\frac{\kappa \mathcal{E} \cdot \frac{m^2}{c^2}}{\frac{\text{Дж}}{\text{К}}}}{\frac{\text{Дж}}{\text{К}}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Дж}} = \text{К}.$$

Приклад 7. Яку роботу виконує 40 г водню при нагріванні його при сталому тиску на 500 К?

Розв'язання. Спочатку перетворимо формулу для обчислення роботи газу $A = p\Delta V$ до вигляду:

$$A = pV_2 - pV_1 = \frac{m}{M}RT_2 - \frac{m}{M}RT_1 = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1).$$

За цією формулою можна обчислити роботу водню при відповідному нагріванні:

$$A = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 500}{2 \cdot 10^{-3}} = 8,31 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

2.3. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ № 2. МОДУЛЬ 2 “МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА”

201. Визначити кількість речовини та число молекул газу: а) кисню, б) азоту, в) водяної пари масою 1 кг.

202. Скільки атомів містить водяна пара: а) у кількості речовини 0,1 моль; 2) у масі 0,1 кг?

203. Знайти молярну масу та масу однієї молекули кухонної солі, вуглекислого газу, кисню, азоту.

204. Гранично допустима концентрація молекул парів ртуті (Hg) у повітрі дорівнює $3 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$, а отруйного газу хлору (Cl_2) – $8,5 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$. Визначити, при якій масі кожної з речовин в одному кубічному метрі повітря з'являється небезпека отруєння.

205. Сучасна техніка дає змогу створити вакуум до 10^{-12} Па. Скільки молекул газу залишається при такому вакуумі в 1 м^3 при температурі 300 К?

206. Визначити концентрацію молекул кисню, що знаходиться в посудині об'ємом 1 л. Кількість речовини кисню дорівнює 1 моль.

207. Як збільшиться середня кінетична енергія молекул газу при збільшенні його температури від 27 до 77°C ?

208. Визначити кількість речовини водню, що заповнює посудину об'ємом 2 л, якщо концентрація молекул газу в посудині $2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

209. Налита у склянку вода масою 200 г повністю випарувалась за 25 діб. Скільки в середньому молекул води вилітало з її поверхні за 1 секунду?

210. У балоні об'ємом 3 л міститься азот масою 10 г. Визначити концентрацію молекул газу.

- 211.** Балон об'ємом 10 л заповнений киснем при температурі 290 К. Коли частину газу використали, тиск у балоні понизився на 200 кПа. Визначити масу використаного азоту. Процес вважати ізотермічним.
- 212.** Обчислити густину азоту, що знаходиться в балоні під тиском 2 МПа при температурі 400 К.
- 213.** Кількість речовини (кисню) дорівнює 0,5 моль. Визначити внутрішню енергію цього об'єму кисню, а також середню кінетичну енергію молекули цього газу при температурі 300 К.
- 214.** Визначити середню кінетичну енергію молекули двоатомного газу і концентрацію молекул при температурі 300 К і при тиску 0,5 Мпа.
- 215.** Як зміниться внутрішня енергія 100 г: а) гелію та б) кисню при збільшенні температури на 50⁰С?
- 216.** При збільшенні об'єму одноатомного газу втричі його тиск зменшився вдвічі. Як при цьому змінилася внутрішня енергія?
- 217.** Молярна внутрішня енергія деякого двоатомного газу дорівнює 6 кДж. Визначити середню кінетичну енергію обертального та поступального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним.
- 218.** Визначити середню квадратичну швидкість молекули газу, що знаходиться в посудині об'ємом 2 л під тиском 500 кПа. Маса газу 0,3 г.
- 219.** Визначити середню квадратичну швидкість молекули водню при температурі: а) 27⁰С та б) 77⁰С.
- 220.** Визначити внутрішню енергію гелію в аеростаті об'ємом 100 м³ при тиску 150 кПа.
- 221.** При збільшенні об'єму двоатомного газу в п'ять разів його тиск зменшився втричі. Як при цьому змінилася внутрішня енергія?
- 222.** Який тиск створює водяна пара, що займає об'єм 5 л, якщо її внутрішня енергія 500 Дж?
- 223.** Знайти внутрішню енергію триатомного газу, що займає об'єм V , при температурі T , якщо концентрація його молекул n ?
- 224.** Знайдіть внутрішню енергію 20 моль одно— та двоатомного газів при температурі: а) 27⁰С та 127⁰С.
- 225.** Знайти співвідношення внутрішніх енергій однакових мас водяної пари та кисню при однаковій температурі.
- 226.** Знайти зміну внутрішньої енергії одноатомного газу під час ізобарного охолодження, ізохорного охолодження та ізотермічного розширення?
- 227.** Визначити температури газу, якщо тиск 100 кПа і концентрація молекул 10²⁵ м⁻³.

228. У балоні місткістю 50 л, міститься газ при температурі 27°C . При витіканні газу тиск зменшився на 10 кПа. Знайти кількість молекул, що вийшла з балона, якщо температура залишилася незмінною?

229. При якій температурі середня квадратична швидкість молекул кисню та азоту дорівнює 1000 м/с?

230. При якій температурі перебував газ у закритій посудині, якщо в результаті нагрівання його на 250 К тиск збільшився в два рази?

231. Знайдіть внутрішню енергію 5 моль одно - та двоатомного газів при температурі: а) 77°C та 127°C .

232. Знайти співвідношення внутрішніх енергій однакових мас водню, азоту та кисню при однаковій температурі.

233. Знайти зміну внутрішньої енергії двоатомного газу під час ізобарного охолодження, ізохорного охолодження та ізотермічного розширення?

234. При збільшенні об'єму триатомного газу в чотири рази його тиск зменшився вдвічі. Як при цьому змінилася внутрішня енергія?

235. Який тиск створює водяна пара, що займає об'єм 10 л, якщо його внутрішня енергія 2500 Дж?

236. Знайти внутрішню енергію триатомного газу, що займає об'єм V при температурі T , якщо концентрація його молекул n ?

237. Кількість речовини (азоту) дорівнює 5 моль. Визначити внутрішню енергію цього об'єму азоту, а також середню кінетичну енергію молекули цього газу при температурі 400 К.

238. Визначити сумарну кінетичну енергію поступального руху всіх молекул газу, що знаходиться в посудині об'ємом 3 л під тиском 540 кПа. Чому дорівнює внутрішня енергія цієї маси газу?

239. Кількість речовини (гелію) 1,5 моль, температура 120 К. Визначити сумарну кінетичну енергію поступального руху всіх молекул цього газу. Чому дорівнює внутрішня енергія цієї маси газу?

240. Молярна внутрішня енергія деякого двоатомного газу дорівнює 6 кДж. Визначити середню кінетичну енергію обертального та поступального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним.

241. При якій температурі середня кінетична енергія поступального руху молекул газу дорівнюватиме $6,2 \cdot 10^{-23}$ Дж?

242. Визначити середню квадратичну швидкість молекули водню при температурі 7°C .

243. При якій температурі середня квадратична швидкість молекул азоту дорівнює 900 м/с?

244. Визначити середню кінетичну енергію однієї молекули водяної пари при температурі 400 К.

245. При якій температурі середня енергія молекул одноатомного газу буде вдвічі більшою, ніж при температурі: а) 127⁰С? б) - 23⁰С

246. У скільки разів середня квадратична швидкість молекул кисню менша, ніж середня квадратична швидкість молекул водню при одній температурі?

247. У скільки разів середня квадратична швидкість молекул повітря в літній день при температурі 27⁰С більша, ніж у зимовий день при температурі – 27⁰С?

248. Вирахувати число молекул в 1 кг газу, середня квадратична швидкість яких при температурі T дорівнює V_0 .

249. Визначити середню квадратичну швидкість молекули газу, що знаходиться в посудині об'ємом 2 л під тиском 500 кПа. Маса газу 0,3 г.

250. Водень знаходиться при температурі 300 К. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули та сумарну кінетичну енергію всіх молекул цього газу. Чому дорівнює внутрішня енергія цієї кількості газу? Кількість речовини водню -1 моль.

251. При якій температурі середня кінетична енергія поступального руху молекули: а) одноатомного, б) двоатомного, в) багатоатомного ідеального газу дорівнює $5 \cdot 10^{-21}$ Дж?

252. Визначити температури газу, якщо тиск 100 кПа і концентрація молекул 10^{25} м^{-3} .

253. Один балон об'ємом 10 л містить кисень під тиском 1,5 МПа, інший балон об'ємом 22 л містить азот під тиском 0,6 МПа. Коли балони з'єднали між собою, обидва гази змішалися, утворивши однорідну суміш (без зміни температури). Знайти парціальні тиски обох газів у суміші і повний тиск суміші.

254. У балоні об'ємом 22,4 л знаходиться водень за нормальних умов. Після того, як у балон було додатково введена деяка кількість гелію, тиск у балоні підвищився до 0,25 МПа, а температура не змінилася. Визначити масу гелію, що введений у балон.

255. Яку роботу виконують 320 г кисню під час ізобарного нагрівання на 10 К?

256. У скільки разів кількість теплоти, яка витрачається на нагрівання газу при сталому тиску, більша, ніж робота, що її виконує газ під час розширення? Питома теплоємність газу при сталому тиску c_p , молярна маса M .

257. Визначити показник адіабати ідеального газу, що при температурі 380 К та тиску 0.4 МПа займає об'єм 300 л та має

теплоємність при постійному об'ємі 857 Дж /Кмоль. Чому дорівнює внутрішня енергія цього газу?

258. Об'єм кисню, що має масу 32 г, розширюється при постійній температурі 300 К втричі. Визначити роботу, виконану газом, та теплоту, отриману газом. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії газу?

259. У посудині об'ємом 6 л знаходиться за нормальних умов двоатомний газ. Визначити молярні (мольні) теплоємності при постійних об'ємі та тиску цього газу. Чому дорівнює внутрішня енергія цього газу?

260. При адіабатичному (адіабатному) розширенні 320 г кисню його температура зменшилася на 50 К. Знайти роботу, виконану газом. Зобразити залежність тиску від об'єму для цього процесу та показати на графіку, чому дорівнюватиме виконана робота.

261. При адіабатному (адіабатичному) стисненні тиск повітря було збільшено від 50 кПа до 0,5 МПа. Після цього при незмінному об'ємі температура повітря була знижена до початкової. Визначити тиск газу в кінці процесу.

262. Кисень масою 200 г займає об'єм 100 л і знаходиться під тиском 200 кПа. При нагріванні газ розширився при постійному тиску до об'єму 300 л, а після цього його тиск підвищився до 500 кПа при незмінному об'ємі. Знайти зміну внутрішньої енергії газу, виконану ним роботу та теплоту, що отримав газ. Побудувати графік цього процесу.

263. Водень масою 20 г при температурі 300 К розширився адіабатно, збільшивши об'єм втричі. Після цього при ізотермічному стисненні об'єм газу зменшився вдвічі. Визначити повну роботу, виконану газом та кінцеву температуру газу.

264. Кисень масою 320 г був ізобарно нагрітий від температури 200 К до температури 400 К. Визначити роботу, виконану газом, отриману ним кількість теплоти та зміну внутрішньої енергії газу.

265. Водень масою 200 г, що мав температуру 300 К, був адіабатно стиснутий. При цьому була виконана робота 25 кДж. Визначити кінцеву температуру газу.

266. Азот масою 280 г ізотермічно розширився при тиску 10^5 Па. Початкова температура дорівнює 300 К. Визначити роботу, що виконує при цьому розширенні газ, та об'єм, до якого розширився газ, якщо на це розширення витрачено 5 кДж тепла.

267. Нагрівач ідеальної теплової машини, що працює за циклом Карно, має температуру 227⁰С. Визначити температуру холодильника, якщо 75% тепла, отриманого від нагрівача, газ віддає холодильнику.

268. Знайти роботу ізотермічного стиснення газу, що працює за циклом Карно, коефіцієнт корисної дії якого дорівнює 0,5, якщо робота ізотермічного розширення дорівнює 10 кДж.

269. У скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії циклу Карно при підвищенні температури нагрівача від 400 К до 600 К? Температура холодильника 300 К.

270. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно. Температура нагрівача дорівнює 500 К, температура холодильника 250 К. Визначити коефіцієнт корисної дії циклу, а також роботу газу при ізотермічному розширенні, якщо при ізотермічному стисненні виконана робота 10 кДж.

271. Газ, що здійснює цикл Карно, одержує від нагрівача кількість теплоти 30 кДж. Визначити роботу газу в циклі, якщо температура нагрівача втричі вища за температуру холодильника.

272. Температура нагрівача ідеальної теплової машини 127°C , а холодильника 23°C . Кількість теплоти, що отримує машина від нагрівача дорівнює 50 Дж за кожну секунду. Знайти ККД теплової машини, кількість теплоти, що забирає холодильник за 1 с, та потужність машини.

273. В ідеальній тепловій машині за рахунок одного кілоджоуля енергії, що її дає нагрівач, виконується робота 400 Дж. Визначити ККД теплової машини і температуру нагрівача, якщо температура холодильника 273 К.

274. Визначити масу води, що піднялася по капілярній трубці діаметром: а) 0,25 мм та б) 0,5 мм.

275. Яка енергія виділиться (і чому?) при злитті двох крапель ртуті діаметром 0,5 мм і 1,0 мм в одну краплю? Коефіцієнт поверхневого натягу ртуті 500 мН/м.

276. Ртутний барометр має діаметр трубки 2,5 мм. Яку поправку в покази барометра треба внести, якщо врахувати капілярне опускання ртуті?

277. У капілярній трубці, радіус якої 0,4 мм, рідина піднялася на висоту 15 мм. Визначити густину цієї рідини, якщо її коефіцієнт поверхневого натягу становить 20 мН / м.

278. На скільки тиск повітря всередині мильної бульбашки більше нормального атмосферного тиску, якщо її діаметр 5 мм? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води 40 мН/м.

279. У двох капілярних трубках різного діаметра, що занурені у воду, встановилася різниця рівнів 20 мм. Коли ці самі трубки занурили в спирт, то різниця рівнів становила 10 мм. Знаючи

коефіцієнт поверхневого натягу води, визначити коефіцієнт поверхневого натягу спирту.

280. Яку роботу треба виконати при надуванні мильної бульбашки, щоб збільшити її об'єм від $0,4 \text{ см}^3$ до $0,8 \text{ см}^3$? Вважати процес ізотермічним. Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води 40 мН/м .

281. Поясніть з обґрунтуванням, зміну висоти капілярного підняття води в ґрунті при підвищенні температури.

282. Знайти додатковий тиск всередині мильної бульбашки діаметром 5 см . Яку роботу треба виконати щоб видути цю бульбашку? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води 40 мН/м .

283. На яку висоту піднімається: а) чиста вода; б) мильна вода між паралельними пластинками, розташованими на відстані $0,15 \text{ мм}$ одна від одної?

284. Гліцерин піднявся по капілярній трубці з діаметром каналу 1 мм на висоту 20 мм . Визначити поверхневий натяг гліцерину. Вважати змочування повним. Густина гліцерину дорівнює $1,26 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

2.4. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 2 „МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА”

РОБОТА 2.1

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ РІДИНИ МЕТОДОМ СТОКСА

Мета роботи: 1) вивчити механізм явища перенесення – внутрішнє тертя; 2) визначити коефіцієнт внутрішнього тертя рідини за швидкістю рівномірного падіння кульки.

Прилади та обладнання: скляний циліндр, наповнений рідиною; металеві кульки, мікрометр, секундомір.

При протіканні шарів рідини (або газу) з різними швидкостями між ними виникає тертя. Завдяки тепловому руху молекули переходять з одного шару в інший і при цьому кожна молекула переносить разом із собою імпульс свого направленого руху ($m\vec{v}$). У результаті з двох суміжних шарів більш швидкий шар збагачується "повільними" молекулами, а більш повільний – "швидкими". Через це з боку шару, що рухається швидше на шар, що рухається повільніше, діє прискорююча сила, і навпаки, з боку шару, що рухається повільніше, на більш швидкий шар діє гальмуюча сила. Ці сили називають силами внутрішнього тертя, або силами в'язкості. Вони направлені по дотичній до поверхні шарів (рис 1).

Згідно із законом Ньютона сила внутрішнього тертя F , що діє в площині дотикання двох паралельних суміжних шарів рідини (або газу), пропорційна площі їх дотикання S і градієнту швидкості $\frac{\Delta v}{\Delta z}$

$$F = \mp \eta \frac{\Delta v}{\Delta z} S, \quad (1)$$

де $\Delta v = v_2 - v_1$; v_1 і v_2 – швидкості шарів; Δz – відстань між шарами; знаки $\mp$ у формулі (1) відповідають гальмуючій і прискорюючій силам. Коефіцієнт пропорційності η називається **коефіцієнтом внутрішнього тертя**, або **коефіцієнтом в'язкості**. Він чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, яка діє на одиницю площі дотикання шарів при градієнту швидкості, що дорівнює одиниці.

Завдяки в'язкості тіло, що рухається в рідині, захоплює прилеглі до нього. шари і тому зазнає опору з боку рідини. Згідно із законом Стокса при невеликій швидкості руху тіла сила опору F пропорційна коефіцієнту в'язкості η , швидкості тіла v та його лінійним розмірам l : $F \sim \eta v l$.

Для кульки з радіусом r

$$F = 6\pi\eta rv . \quad (2)$$

На кульку масою m і радіусом r , що рухається в рідині з швидкістю v діють три сили: сила опору F , сила тяжіння P та Архімедова сила F_A . Останні дві сили визначаються за формулами:

$$P = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_1 ; \quad (3)$$

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_2, \quad (4)$$

де g – прискорення вільного падіння; ρ_1 – густина кульки; ρ_2 – густина рідини.

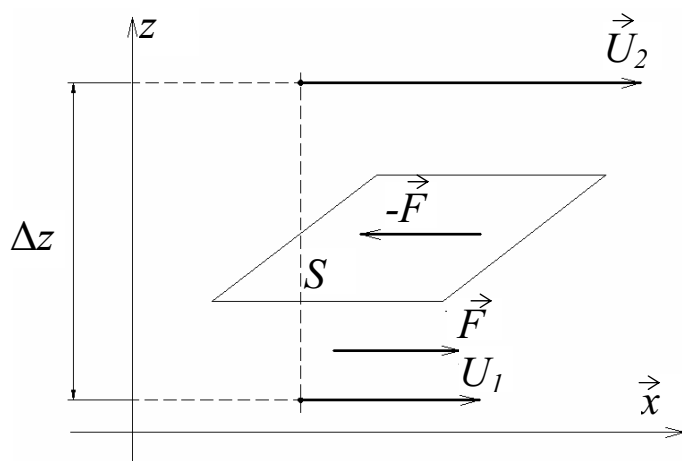


Рис.1

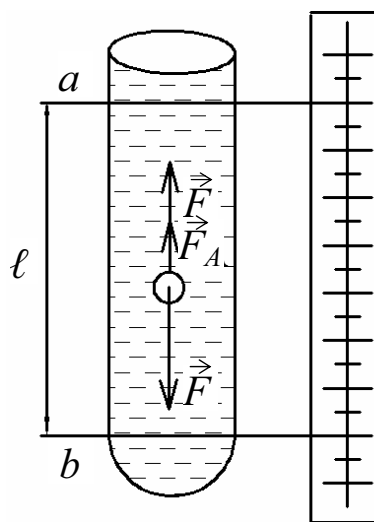


Рис.2

При вертикальному падінні кульки в рідині сила опору, як і архімедова сила, направлена вгору (рис.2). Оскільки P і F_A – сталі, а сила F зростає зі збільшенням швидкості, то настане такий момент, коли буде досягнуто рівності $P = F_A + F$. Починаючи з цього моменту, рух кульки буде рівномірним. Підставляючи в останню рівність вирази (2) – (4), маємо:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_2 + 6\pi\eta rv .$$

Звідси знаходимо:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho_1 - \rho_2}{v} gr^2 ,$$

або

$$\eta = \frac{1}{18} \cdot \frac{gd^2t}{l} (\rho_1 - \rho_2). \quad (5)$$

Де $d = 2r$, а $l = vt$ – шлях, який пройшла кулька за час t .

Порядок виконання роботи

1. Вимірюють відстань l між мітками "а" і "b" циліндричної посудини, що наповнена рідиною (гліцерин, рицинова олія).

2. Мікрометром вимірюють діаметр d трьох кульок (приблизно однакових).

3. Кидають кульку в рідину так, щоб вона рухалася вздовж центральної частини циліндра; вимірюють час падіння t між мітками "а" і "b".

4. Експериментальні дані d , l , t і табличні ρ_1 і ρ_2 заносять у таблицю.

5. Розраховують значення η за формулою (5) для кожного вимірювання, а потім знаходять $\langle \eta \rangle$.

6. Визначають відносні похибки і довірчі границі для одного з вимірювань за формулами:

$$\varepsilon_\eta = \varepsilon_t + \varepsilon_l + 2\varepsilon_d + \varepsilon_g + \varepsilon_{\rho_1 - \rho_2};$$

$$\varepsilon_{\rho_1 - \rho_2} = \frac{\Delta\rho_1 + \Delta\rho_2}{\rho_1 - \rho_2}; \quad \Delta_\eta = \langle \eta \rangle \varepsilon_\eta.$$

№ п/п	Табличні дані			Результати прямих вимірювань			Результати непрямих вимірювань
	ρ_1 , кг/м ³	ρ_2 , кг/м ³	g , м/с ²	l , м	d , м	t , с	η , Па с

Питання та вправи для самоконтролю

1. Поясніть механізм виникнення сил внутрішнього тертя.
2. Сформулюйте і запишіть закон внутрішнього тертя (закон Ньютона), дайте ілюструючий рисунок.
3. Що називається градієнтом швидкості? Який його зміст?
4. Що називається коефіцієнтом внутрішнього тертя? В яких одиницях він вимірюється? Який його фізичний зміст?
5. За яких умов кулька рухається в рідині рівномірно?
6. Сформулюйте і запишіть закон Стокса.

РОБОТА 2.2

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПУАССОНА ГАЗУ МЕТОДОМ АДІАБАТИЧНОГО РОЗШИРЕННЯ (МЕТОД КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА)

Мета роботи: визначити коефіцієнт Пуассона повітря і порівняти результат експерименту з висновками молекулярно-кінетичної теорії газів.

Прилади та обладнання: закритий скляний балон з краном, манометр, насос.

Молярною теплоємністю C будь-якої речовини називають фізичну величину, що чисельно дорівнює кількості теплоти, яку треба надати одному молу цієї речовини для підвищення його температури на один кельвін.

Теплоємність газу суттєво залежить від умов, за яких надають теплоту. Так, якщо нагрівається газ при сталому об'ємі, то кількість теплоти витрачається на збільшення його внутрішньої енергії. Якщо ж газ нагрівати при сталому тиску, то він потребує ще додаткової кількості теплоти для виконання роботи при розширенні. Тому молярна теплоємність C_P при сталому тиску більше молярної теплоємності при сталому об'ємі C_V . Зв'язок між ними показує співвідношення Майєра:

$$C_P = C_V + R ,$$

де R – універсальна газова стала.

Безпосередні виміри C_P і C_V здійснити важко, оскільки теплоємність газу є малою часткою теплоємності посудини, що містить газ.

Легше виміряти відношення величин $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, яке називають коефіцієнтом Пуассона. Виходячи з уявлень класичної молекулярно-кінетичної теорії, можна показати, що для ідеального газу

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} ,$$

де i – число ступенів свободи молекули.

Коефіцієнт Пуассона γ входить до рівняння Пуассона:

$$PV^\gamma = const ,$$

яке описує зв'язок між тиском P і об'ємом V ідеального газу при адіабатичному процесі.

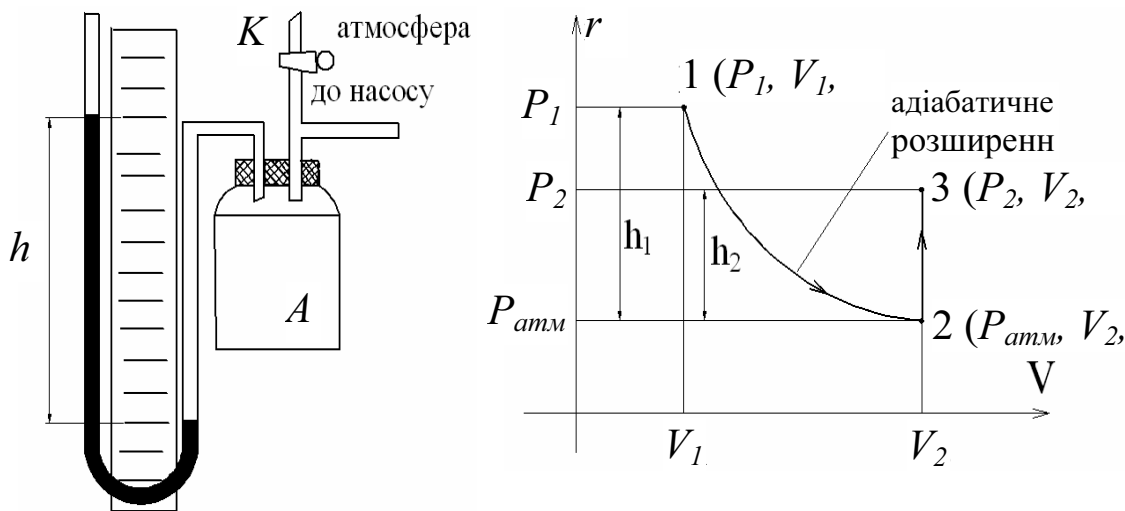


Рис.1

Метод Клемана-Дезорма для визначення відношення теплоємностей газів $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ базується на використанні методу адіабатичного

розширення. Адіабатичним називається процес, який відбувається без теплообміну системи з навколишнім середовищем. Адіабатичний процес можна здійснити або за допомогою теплової ізоляції системи, або за умову короткочасності процесу (за малий проміжок часу не встигає відбутися тепловий обмін з навколишнім середовищем).

У скляний балон *A* (рис.1) за допомогою насоса накачують повітря. При швидкому накачуванні температура останнього дещо підвищується, а тому потрібно зачекати 2-3 хв для встановлення в балоні тієї ж самої температури, що і в навколишньому середовищі. Цей стан газу будемо вважати початковим і характеризувати параметрами V_1, T_1, P_1 .

На рис.2 даний стан зображено точкою 1. При цьому

$$P_1 = P_{atm} + h_1,$$

де P_{atm} – атмосферний тиск, h_1 – надлишок тиску над атмосферним. Далі відкривають кран *K* балона на дуже короткий проміжок часу і перекривають його у той момент, коли тиск всередині балона дорівнюватиме атмосферному. При цьому газ перейде в новий стан з параметрами V_2, T_2, P_{atm} (на рис.2 даний стан зображено точкою 2).

Оскільки розширення повітря відбувається швидко, то можна вважати, що процес переходу газу із стану 1 у стан 2 адіабатичний. Тому для нього можна застосувати рівняння Пуассона.

$$P_1 V_1^\gamma = P_{атм} V_2^\gamma ; (P_{атм} + h_1) V_1^\gamma = P_{атм} V_2^\gamma . \quad (1)$$

Підкреслимо, що $T_2 < T_1$ оскільки при адіабатичному розширенні газ охолоджується. Через 2-3 хв. газ нагріється до температури навколишнього повітря T_1 . При нагріванні об'єм V_2 залишається без змін, а тиск підвищується до значення

$$P_2 = P_{атм} + h_2 ,$$

де h_2 – надлишок тиску над атмосферним після адіабатичного розширення та ізохоричного нагрівання до температури T_1 .

Параметри нового стану 3 позначимо через V_2 , P_2 , T_1 , (на рис.2–точка 3). Істотно, що в станах 1 і 3 газ має однакову температуру, отже, стани 1 і 3 знаходяться на одній ізотермі. Тому до них можна застосувати закон Бойля - Маріотта:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 ; (P_{атм} + h_1) V_1 = (P_{атм} + h_2) V_2 . \quad (2)$$

Після ряду перетворень з рівнянь (1) і (2) отримаємо:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} .$$

Порядок виконання роботи

1. Накачують у балон A повітря, не виходячи за поділки шкали манометра.
2. Зачекавши 2-3 хв, доки температура в балоні не стане дорівнювати температурі навколишнього повітря, відраховують покази манометра h_1 .
3. Відкривши на короткий час кран K , вирівнюють тиск всередині балона з атмосферним. Коли стовпчики рідини в манометрі зрівняються, кран закривають.
4. Чекають 2-3 хв., відраховують покази манометра h_2 .
5. Для кожного досліду розраховують γ за формулою (3). Повторюють дослід не менше 5 разів.
6. Результати вимірювань заносять у таблицю.
7. Визначають відносну похибку результатів вимірювань:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_{h_1} + \varepsilon_{h_1 - h_2} , \quad \varepsilon_{h_1 - h_2} = \frac{\Delta_{h_1} + \Delta_{h_2}}{h_1 - h_2} ,$$

де $\Delta_{h_1} = \Delta_{h_2} = 2C$, C - ціна поділки шкали манометра.

8. Розраховують довірчу границю похибок результатів вимірювань:

$$\Delta_\gamma = \langle \gamma \rangle \varepsilon_\gamma.$$

9. Порівнюють одержаний результат з теоретичним значенням γ повітря.

№ п/п	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань
	h_1	h_2	γ

Питання і вправи для самоконтролю

1. Запишіть і сформулюйте основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів.
2. Дайте визначення числа ступенів свободи тіла (системи, молекули) і виразіть молярні теплоємності C_v та C_p ідеального газу.
3. Дайте визначення внутрішньої енергії і отримайте вираз для внутрішньої енергії ідеального газу.
4. Запишіть і сформулюйте перший закон термодинаміки, застосуйте його до різних ізопроеесів у газах.
5. Запишіть співвідношення Майєра і поясніть фізичний зміст універсальної газової сталої.
6. Який процес називається адіабатичним? Як і чому змінюється температура газу при адіабатичній зміні його об'єму?
7. Запишіть рівняння Пуассона і поясніть зміст коефіцієнта Пуассона. Зобразіть графік адіабати.

РОБОТА 2.3

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ МЕТОДОМ ВІДРИВУ КРАПЕЛЬ

Мета роботи: 1) вивчити явище поверхневого натягу; 2) визначити коефіцієнт поверхневого натягу рідини.

Прилади та обладнання: скляна бюретка з краном, склянки з рідинами.

Поверхневі властивості рідини обумовлені особливостями взаємодії молекул у поверхневому шарі. Товщина цього шару дорівнює декільком молекулярним відстаням, тобто приблизно 10^{-9} м.

Поки молекула знаходиться у глибині рідини, вона рівномірно оточена іншими молекулами, які в середньому притягують її у всі сторони з однаковими силами. Рівнодійна цих сил дорівнює нулю (рис.1, молекула 1). Рівнодійна ж сил притягання, які діють на молекули поверхневого шару, не дорівнює нулю (оскільки над поверхнею рідини знаходиться газ, густина якого в багато разів менша, ніж густина рідини) і направлена всередину рідини (див. рис.1, молекула 2). Перехід молекули з глибини рідини в поверхневий шар супроводжується роботою проти сил молекулярного притягання. Тому молекули поверхневого шару мають додаткову потенціальну енергію порівняно з молекулами в решті об'єму. Намагаючись зменшити енергію, поверхня скорочується. Поверхневий шар рідини знаходиться в напруженому стані, схожому на розтягнуту плівку, яка прагне скоротитися. У поверхневому шарі діють сили поверхневого натягу F , які направлені по дотичній до поверхні перпендикулярно до будь-якого елемента лінії–на поверхні рідини і які пропорційні довжині контуру l :

$$F = \sigma \cdot l, \quad (1)$$

де σ - коефіцієнт поверхневого натягу.

З формули 1 випливає, що σ чисельно дорівнює силі поверхневого натягу, яка припадає на одиницю довжини лінії на поверхні рідини і вимірюється в Н/м. У даній роботі використовується один із методів визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини – метод відриву крапель. Із скляної бюретки капає рідина. Її утримують сили поверхневого натягу.

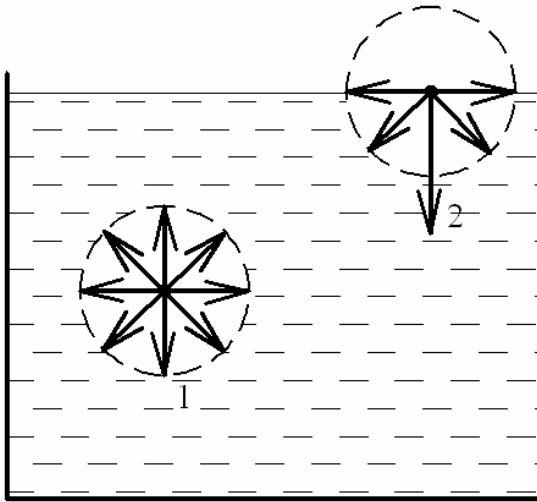


Рис. 1

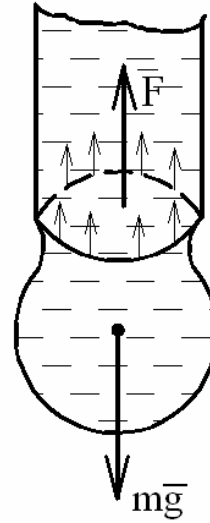


Рис. 2

Краплина відривається в той момент, коли сила тяжіння краплі $m\vec{g}$ буде дорівнювати рівнодійній сил поверхневого натягу $\vec{F}$, що діють уздовж кола шийки краплі (див. рис.2):

$$F = mg . \quad (2)$$

Сила поверхневого натягу визначається в виразу:

$$F = \sigma \pi d , \quad (3)$$

де $l = \pi d$ – периметр шийки краплини в момент її відриву. Отже, в момент відриву краплини

$$mg = \sigma \pi d . \quad (4)$$

Звідси знаходимо σ :

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d} . \quad (5)$$

Коефіцієнт σ_2 досліджуваної рідини визначаємо, порівнюючи його з відомим σ_1 другої рідини.

Якщо визначений об'єм рідини V містить n_1 крапель однієї рідини (еталонної) і n_2 крапель другої (досліджуваної). При цьому сили тяжіння однієї краплі відповідно дорівнюють:

$$m_1 g = \frac{\rho_1 V g}{n_1} \quad \text{і} \quad m_2 g = \frac{\rho_2 V g}{n_2} , \quad (6)$$

де ρ_1, ρ_2 – густини відповідних рідин.

Тому

$$\sigma_1 = \frac{m_1 g}{\pi d} = \frac{\rho_1 V g}{\pi d n_1} \text{ і } \sigma_2 = \frac{m_2 g}{\pi d} = \frac{\rho_2 V g}{\pi d n_2}. \quad (7)$$

З формули 7 маємо:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{n_1 \rho_2}{n_2 \rho_1}. \quad (8)$$

Отже, якщо відомий коефіцієнт поверхневого натягу якоїсь конкретної рідини, то цим методом можна визначити коефіцієнт поверхневого натягу будь-якої іншої рідини.

Порядок виконання роботи

1. Наповнюють бюретку дистильованою водою.
2. Обережно відкривають кран, щоб краплі капали рівномірно. Відраховують n_1 – кількість крапель з об'єму 2 мл. Дослід повторюють декілька разів.
3. Те ж саме роблять з іншою рідиною. Відраховують n_2 – кількість крапель з такого ж самого об'єму (2 мл).
4. За таблицями знаходять ρ_1, ρ_2, σ_1 .
5. За робочою формулою (8), використовуючи середні значення (n_1), (n_2) розраховують (σ_2). Дані заносять у таблицю.
6. Визначають відносну похибку ε_{σ_2} і довірчу границю сумарних похибок Δ_{σ_2} за формулами

$$\varepsilon_{\sigma_2} = \varepsilon_{\sigma_1} + \varepsilon_{n_1} + \varepsilon_{n_2} + \varepsilon_{\rho_1} + \varepsilon_{\rho_2}, \quad \Delta_{\sigma_2} = \langle \sigma_2 \rangle \varepsilon_{\sigma_2}.$$

№ п/п	Табличні величини			Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань
	$\rho_1, \text{кг/м}^3$	$\rho_2, \text{кг/м}^3$	$\sigma_1, \text{Н/м}$	n_1	n_2	$\sigma_2, \text{Н/м}$

Питання і вправи для самоконтролю

1. Вкажіть причини молекулярного тиску в рідинах.
2. Чим обумовлений поверхневий натяг?
3. Дайте визначення коефіцієнта поверхневого натягу. В яких одиницях він вимірюється?
4. Опишіть явища на границі рідини з твердим тілом. Що

називається крайовим кутом змочування?

5. Запишіть формулу Лапласа і поясніть її.

6. Що таке капілярні явища? Наведіть доведення формули для висоти підняття рідини у капілярі.

7. Як використовують капілярні явища в процесах обробітку ґрунту?

РОБОТА 2.4

ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІНИ ЕНТРОПІЇ ПРИ НАГРІВАННІ І ПЛАВЛЕННІ ОЛОВА

Мета роботи: визначити приріст ентропії олова при його нагріванні і плавленні.

Прилади та обладнання: тигель з оловом, електроплитка, термомпара, градуйований графік термопари, мікровольтметр, секундомір, склянка з водою.

За визначенням ентропія S – це функція стану системи, диференціал якої дорівнює елементарній приведеній теплоті:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \quad (1)$$

де δQ – означає нескінченно малу кількість теплоти, яку отримала система при оборотному теплообміні з резервуаром, що має температуру T . Термодинамічна температура T , яка вимірюється в кельвінах, пов'язана з температурою t за шкалою Цельсія таким співвідношенням:

$$T = t + 273,15. \quad (2)$$

Для практичних цілей потрібно знати не саму величину ентропії S , а лише її зміну ΔS . Якщо ентропію в стані 1 позначити S_1 , а в стані 2 – S_2 , то зміна ентропії при оборотному переході системи зі стану 1 до стану 2 дорівнює:

$$\Delta S = S_1 - S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \quad (3)$$

При зміні температури від T до $T + dT$ однорідне тіло одержує елементарну кількість теплоти

$$\delta Q = cm dT, \quad (4)$$

де c – питома теплоємність, m – маса тіла.

При нагріванні тіла від температури T_1 до T_2 згідно з (3) і (4)

зміна ентропії становить:

$$\Delta S = cm \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1} . \quad (5)$$

У випадку ізотермічного ($T = const$) переходу із стану 1 до стану 2 співвідношення (3) має вигляд:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} , \quad (6)$$

де δQ – кількість теплоти, одержаної тілом у процесі $1 \rightarrow 2$.

У даній лабораторній роботі визначається зміна ентропії олова при його нагріванні і плавленні. Якщо спочатку температура олова дорівнює кімнатній, то при підведенні теплоти олово спочатку нагрівається до температури плавлення, а потім плавиться при постійній температурі.

Приріст ентропії ΔS при нагріванні олова від кімнатної температури T_k до температури плавлення $T_{пл}$ (перший етап процесу нагрівання) одержують, покладаючи у виразі (5) $T_1 = T_k$ і $T_2 = T_{пл}$;

$$\Delta S_1 = cm \ln \frac{T_{пл}}{T_k} . \quad (7)$$

Приріст ентропії ΔS_2 у результаті плавлення олова при температурі $T_{пл}$ (другий етап процесу) визначають з виразу (6), покладаючи $T_2 = T_{пл}$ і $Q = \lambda m$, де λ – питома теплота плавлення:

$$\Delta S_2 = \frac{\lambda m}{T_{пл}} . \quad (8)$$

Повна зміна ентропії дорівнює:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = cm \ln \frac{T_{пл}}{T_k} + \frac{\lambda m}{T_{пл}} . \quad (9)$$

Для обчислення ΔS потрібно знати параметри, що входять в (9), зокрема, необхідно виміряти температуру плавлення олова.

Схему установки зображено на рис.1. Тигель (1) з оловом нагрівається на електроплитці (2). Для вимірювання температури олова використовують термопару. Один із спаїв (3) термопари занурений у тигель з оловом, другий (4) – у склянку з водою. За наявності різниці температур спаїв у колі термопари виникає термоелектрорушійна сила

(т.е.р.с.), яку вимірюють мікровольтметром V . Залежність т.е.р.с. від різниці температур спаїв близька до лінійної, її зображено на градуйованому графіку термопари. Графік додається до установки і використовується для визначення температури плавлення олова.

Порядок виконання роботи

1. Заносять у табл. 1 значення табличних величин для олова:

$$c = 230 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} ; \quad \lambda = 5,86 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} ;$$

маса олова в досліді $m = 0,100$ кг.

2. За допомогою термометра визначають кімнатну температуру t_k і розраховують температуру T_k за формулою (2).

3. Вмикають електроплитку і стежать за показами вольтметра V . Починаючи з напруги $V \approx 4\text{мВ}$, записують в табл. 2 у графу "Нагрівання" покази мікровольтметра через кожну хвилину.

Спочатку значення V збільшуватимуться—підвищується температура твердого олова. Потім настане момент, коли покази вольтметра практично не змінюватимуться ($V = \text{const} = V_{\text{пл}}$) – процес плавлення олова відбувається при сталій температурі $T_{\text{пл}} = \text{const}$. Після того, як все олово розплавиться, починається швидке зростання значень V (це нагрівається розплав). Вимірювання припиняють, записавши декілька даних для третьої ділянки кривої. Нагрівання в цілому продовжується приблизно 20 хв.

4. Вимикають електроплитку і, дочекавшись, коли покази вольтметра почнуть зменшуватись, записують їх у табл. 2 у графу "Охолодження" з інтервалом в одну хвилину. Час відраховують від умовного нуля.

5. За даними табл. 2 будують графік залежності показів вольтметра V від часу τ для нагрівання та охолодження.

6. По графіках визначають середнє значення $V_{\text{пл}}$, яке відповідає ділянкам кривих, паралельних осі абсцис τ .

7. Використовуючи градуйований графік, по значенню $V_{\text{пл}}$ знаходять температуру $\Delta t = t_{\text{пл}} - t_e$, де $t_{\text{пл}}$ - температура гарячого спаю, що дорівнює температурі плавлення олова; t_e - температура холодного спаю, що дорівнює температурі води у склянці. t_e вимірюють термометром, а $t_{\text{пл}}$ - розраховують за формулою $t_{\text{пл}} = t_e + \Delta t$. $T_{\text{пл}}$ обчислюють за формулою (2). Усі дані заносять до табл. 1.

8. За формулою (9) розраховують ΔS .

1.

№ п/п	Табличні величини			Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань					
	C , Дж/кгК	λ , Дж/кг	m , кг	t_k , С ⁰	t_v , С ⁰	T_k , К	$V_{пл}$, мВ	Δt , С ⁰	$t_{пл}$, С ⁰	$T_{пл}$, К	ΔS , Дж/К

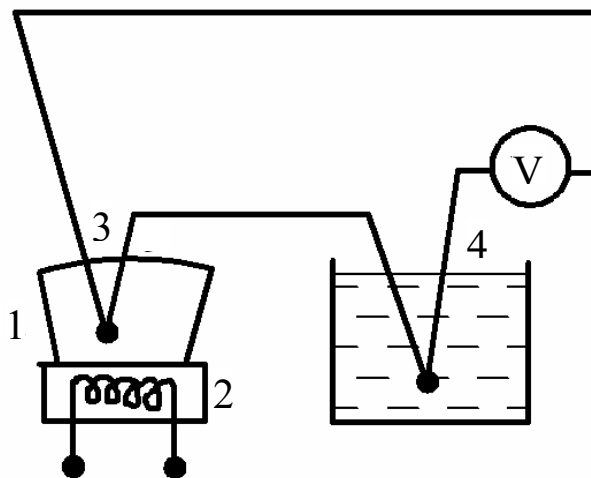


Рис.1

2.

τ , хв	Нагрівання	Охолодження
	V , мВ	V , мВ
0	4	
1	...	
2	...	
...	...	

Питання і вправи для самоконтролю

1. Які процеси називають оборотними, необоротними? Наведіть приклади.
2. Що таке приведена теплота ?
3. Дайте визначення ентропії, укажіть одиницю її вимірювання.
4. Який фізичний зміст ентропії?
5. Сформулюйте принцип зростання ентропії.
6. Наведіть різні формулювання другого закону термодинаміки.
7. Дайте виведення робочої формули.

РОБОТА 2.5

ВИЗНАЧЕННЯ ВОЛОГОСТІ ПОВІТРЯ

Мета роботи: визначити абсолютну і відносну вологість повітря психрометром Августа.

Прилади та обладнання: психрометр Августа, таблиця тиску насиченої водяної пари при різних температурах.

Атмосферне повітря – це суміш різних газів і водяної пари. Кількість цих парів може змінюватись як за абсолютною величиною, так і за ступенем насиченості, що характеризується абсолютною та відотною вологістю.

Абсолютна вологість повітря – це маса водяної пари, що міститься в 1 м^3 повітря при даних умовах. У системі СІ абсолютна вологість вимірюється в кг/м^3 . Абсолютну вологість вимірюють ще парціальним тиском водяної пари P (пружність пари). Тиск, який чинила б водяна пара, якби всіх інших газів не було, називають парціальним тиском водяної пари, його виражають в одиницях тиску – паскалях - або в міліметрах ртутного стовпчика.

Відотною вологістю повітря r називають виражене у відсотках відношення парціального тиску P водяної пари, що міститься в повітрі при даній температурі (абсолютна вологість), до тиску P насиченої водяної пари при тій самій температурі:

$$r = \frac{P}{P} 100\% . \quad (1)$$

Вологість повітря вимірюють спеціальними приладами. В даній роботі для визначення вологості використовується психрометр Августа. Цей прилад складається з двох однакових термометрів. Резервуар одного з них сухий і термометр показує температуру повітря. Резервуар другого обгорнутий смужкою тканини (батист), кінець якої знаходиться у воді. Вода випаровується, а термометр охолоджується. Чим менша відносна вологість, тим інтенсивніше випаровується вода і тим нижчу температуру показує термометр. Відліки по двох термометрах дадуть різницю температур, яка і буде характеризувати вологість повітря.

Метод психрометра

Розглянемо сталий режим випаровування, коли температура "мокрого" термометра теж стала. Приплив теплоти Q_1 ззовні дорівнює витраті теплоти Q_2 . Згідно із законом, встановленим Ньютоном, приплив теплоти за одиницю часу визначається виразом:

$$Q_1 = \alpha (t - t_1) S_1,$$

де t – температура сухого термометра, t_1 – температура "вологого" термометра; S_1 – площа поверхні балона "вологого" термометра; α – коефіцієнт пропорційності. Маса m води, що випаровується за одиницю часу, визначається за формулою:

$$m = \frac{c S_2 (\mathcal{P}_1 - P)}{P_a},$$

де S_2 – площа випаровуючої поверхні; P_a – атмосферний тиск; $\mathcal{P}_1$ – парціальний тиск насиченої водяної пари при температурі t_1 ; P – парціальний тиск водяної пари, що міститься у повітрі; c – коефіцієнт пропорційності, який залежить від швидкості потоку повітря. Кількість теплоти Q_2 можна записати у вигляді:

$$Q_2 = \frac{c L S_2 (\mathcal{P}_1 - P)}{P_a},$$

де L – питома теплота випаровування води.

При $Q_1 = Q_2$ і $S_1 = S_2$ маємо

$$\frac{c L (\mathcal{P}_1 - P)}{P_a} = \alpha (t - t_1).$$

Звідси знаходимо абсолютну вологість

$$P = \mathcal{P}_1 - A(t - t_1) P_a \quad (2)$$

де $A = \alpha / CL$ – постійна приладу.

Порядок виконання роботи

1. Змочують батист, яким обгорнута кулька термометра, занурюючи кінець його в чашку з водою.

2. Проводять відлік температури по "сухому" термометру t і "вологодому" t_1 .

3. По ртутному стовпчику барометра визначають атмосферний тиск H_a , виражаючи його в мм.рт.ст.

4. Користуючись таблицею тиску насиченої водяної пари, знаходять тиск $\mathcal{P}_1$, що відповідає температурі вологого термометра t_1 , і за формулою (2) обчислюють абсолютну вологість p , приймаючи $A = 7,9 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

5. Користуючись цією ж самою таблицею, знаходять тиск насиченої пари, що відповідає температурі "сухого" термометра t .

6. За формулою (1) обчислюють відносну вологість.
7. Результати вимірювань заносять у таблицю
8. Визначають довірчі границі систематичних похибок прямих вимірювань і табличних даних. Обчислюють їх відносні похибки.
9. Визначають довірчі границі систематичних похибок непрямих вимірювань за формулами:

$$\Delta_P = \Delta_{P1} + A \cdot P_a (\Delta_t + \Delta_{t_1}) + A(t - t_1) \cdot \Delta_{Pa};$$

$$\Delta_r = r \cdot \varepsilon_r$$

10. Розраховують відносні похибки результатів вимірювань величин

№ п/п	Табличні величини		Результати прямих вимірювань			Результати непрямих вимірювань		
	, мм. рт. ст.	, мм. рт. ст.	, C ⁰	, C ⁰	, мм. рт. ст.	, К	, мм. рт. ст.	, %

Питання та вправи для самоконтролю

1. Що називається абсолютною і відотною вологістю?
2. Що таке точка роси? Які явища мають місце при температурах нижче точки роси?
3. Яка пара називається насиченою, ненасиченою?
4. Виведіть формулу для абсолютної вологості.
5. Опишіть властивості реального газу. Запишіть рівняння Ван-дер-Ваальса. Зобразіть теоретичні та експериментальні ізотерми реального газу.

РОБОТА 2.6

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Мета роботи: вивчити механізм явища перенесення-теплопровідність; визначити коефіцієнт теплопровідності піску.

Прилади та обладнання: прилад для визначення коефіцієнта теплопровідності, електроплитка, термометр, калориметр, пароутворювач.

При охолодженні тіло втрачає частину своєї внутрішньої енергії, яка передається оточуючим більш холодним тілам. Цей процес теплопередачі може відбуватися трьома способами: конвекцією, випромінюванням і теплопровідністю.

Теплопровідність – спосіб передачі внутрішньої енергії від однієї частини тіла до іншої без переміщення маси речовини за

рахунок теплового руху молекул. Явище теплопровідності описується експериментальним законом Фур'є: кількість теплоти, перенесеної шляхом теплопровідності через площадку, перпендикулярну напрямку поширення теплоти, пропорційна величині цієї площадки, часу перенесення і градієнтом температури (градієнт температури дорівнює зміні температури на одиниці відстані в напрямку найбільш різкого зростання температури).

Прилад для визначення коефіцієнта теплопровідності складається з металевого кожуха М (рис.1), в якому розміщено картонний циліндр Ц. Між ними знаходиться шар теплової ізоляції І. У нижній частині кожуха розміщено парову коробку К. На верхній частині коробки знаходиться шар піску, на якому встановлено калориметр з водою. За допомогою гумової трубки парова коробка з'єднується з пароутворювачем П.

Кількість теплоти Q , переданої через пісок, згідно із законом Фур'є визначається рівнянням:

$$Q = k \frac{T_2 - T_1}{l} \cdot S \cdot \tau, \quad (1)$$

де k – коефіцієнт теплопровідності; S – площа дна калориметра; τ – час передачі теплоти; T_1 – середня (за час передачі) температура води в калориметрі; T_2 – температура пари, l – товщина шару піску; величина $\frac{(T_2 - T_1)}{l}$ при цьому є градієнтом температури. З іншого боку,

нехтуючи втратами енергії в оточуюче середовище, кількість теплоти Q , переданої калориметру з водою і мішалкою, можна визначити, знаючи масу води m_1 , масу калориметра з мішалкою m_2 та їх питомі теплоємності C_1 і C_2 ($C_1 = 4190$ Дж/кг.К, $C_2 = 88$ Дж/кг.К):

$$Q = (C_1 m_1 + C_2 m_2)(t_2 - t_1), \quad (2)$$

тут t_1 і t_2 – відповідно початкова і кінцева температура води в

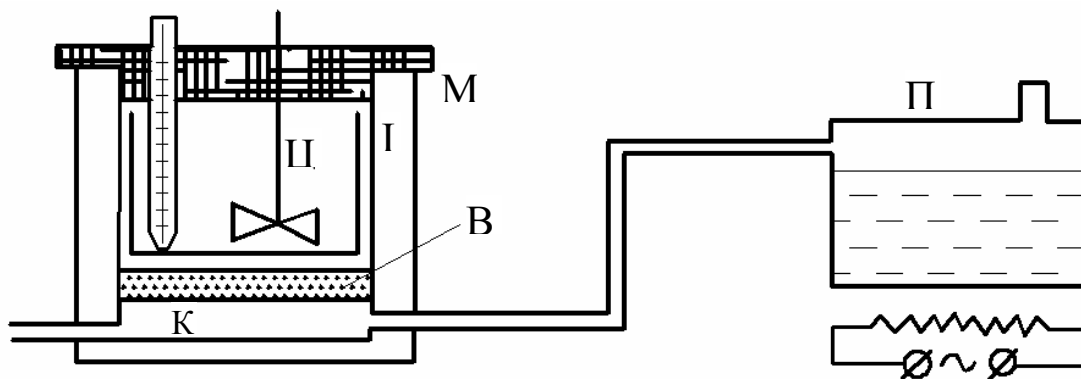


Рис.1

калориметрі. Прирівнюючи праві частини рівнянь (1) і (2), знаходимо:

$$k = \frac{(C_1 m_1 + C_2 m_2)(t_2 - t_1)\ell}{(T_2 - T_1)}. \quad (3)$$

Згідно з рівнянням (1) коефіцієнт теплопровідності k чисельно дорівнює кількості теплоти, що протікає за одиницю часу через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно напрямку поширення теплоти, при градієнті температури, який дорівнює одиниці; при цьому $[k] = \text{Вт/К.м}$.

Порядок виконання роботи

1. Наливають воду в пароутворювач і ставлять його на ввімкнену електричну плитку.

2. Вимірюють діаметр d дна калориметра і визначають $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$.

3. Визначають масу калориметра m_2 і масу води m_1 .

4. Встановлюють калориметр з водою у циліндр Ц на пісок; товщина ℓ шару піску дорівнює 1,0 см.

5. З'єднують пароутворювач з паровою коробкою. Помішуючи мішалкою воду в калориметрі, стежать за зміною їх температури. При підвищенні температури води на 1-2° записують покази термометра і включають секундомір.

6. При підвищенні температури ще на 5-6°. зупиняють секундомір, записують тривалість досліду і кінцеву температуру t_2 .

7. Середню температуру води в калориметрі T_1 визначають за формулою $T_1 = \frac{(t_1 + t_2)}{2}$.

8. Температуру водяної пари T_2 визначають за таблицею її залежності від атмосферного тиску $P_{\text{атм}}$, який вимірюють барометром.

9. Дані досліду заносять у табл.1.

10. Розраховують коефіцієнт теплопровідності k за формулою (3).

11. Розраховують похибки результатів прямих вимірювань і табличних даних.

12. Оскільки в даній роботі відносні похибки вимірювань різниць температур $(T_2 - T_1)$ і $(t_2 - t_1)$ у багато разів перевищують відносні похибки всіх інших величин, відносну похибку ε_k розраховують за наближеною формулою:

$$\varepsilon_k = 2 \left(\frac{C_t}{T_2 - T_1} + \frac{C_t}{t_2 - t_1} \right),$$

де C_t – ціна поділки термометра.

1.

№ п/п	Табличні дані		Результати прямих вимірювань								
	C_1 , Дж/кг.К	C_2 , Дж/кг.К	$P_{атм}$, мм рт.ст	ℓ , м	d , м	m_1 , кг	m_2 , кг	t_1 , °С	t_2 , °С	τ , с	T_2 , °С
с	-	-									

2.

Результати непрямих вимірювань				
S , м ²	T_1 , °С	$t_2 - t_1$, К	$T_2 - T_1$, К	λ , Вт/К.м

Запитання і вправи для самоконтролю

1. Назвіть і опишіть способи передачі теплоти.
2. Що таке питома теплоємність? В яких одиницях її вимірюють?
3. Що таке градієнт температури? В яких одиницях його вимірюють?
4. Запишіть і сформулюйте закон Фур'є, наведіть рисунок, що його ілюструє.
5. Розкрийте фізичний зміст коефіцієнта теплопровідності.

3. МОДУЛЬ 3 „ЕЛЕКТРИКА”

3.1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ

Закон Кулона:

$$F = \frac{|Q_1 Q_2|}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

де F – модуль сили взаємодії точкових зарядів Q_1 і Q_2 ; r – відстань між зарядами; ε – діелектрична проникність середовища; ε_0 – електрична стала.

Напруженість та потенціал електричного поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \text{ та } \varphi = \frac{\Pi}{Q},$$

де Π – потенціальна енергія точкового позитивного заряду Q , який знаходиться в цій точці поля (за умови, що потенціальна енергія заряду, віддаленого в нескінченність, приймається рівною нулю).

Сила, яка діє на точковий заряд, що знаходиться в електричному полі, та потенціальна енергія цього заряду:

$$\vec{F} = Q\vec{E} \text{ та } \Pi = Q\varphi.$$

Напруженість та потенціал поля, який створює система точкових зарядів (принцип суперпозиції електричних полів):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \text{ та } \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

де $\vec{E}_i$, φ_i – напруженість та потенціал полів, що створюються окремими зарядами у даній точці поля.

Модуль напруженості та потенціал електростатичного поля, створеного точковим зарядом:

$$E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2} \text{ та } \varphi = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r},$$

де r – відстань від заряду Q до точки, в якій визначається напруженість та потенціал.

Напруженість та потенціал поля, що створюється металічною зарядженою сферою радіусом R на відстані r від центра сфери.

$$\begin{aligned} \text{а) } E &= 0, \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \quad (\text{при } r < R); \\ \text{б) } E &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}, \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \quad (\text{при } r = R); \\ \text{в) } E &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad (\text{при } r > R), \end{aligned}$$

де Q – заряд сфери.

Якщо заряджені тіла не є точковими, то тіла уявно розбиваються на нескінченно малі ділянки, які можна розглядати як точкові заряди і до яких можна застосовувати відповідні формули.

Наприклад, якщо заряд Q рівномірно розподілений на нитці або циліндрі довжиною ℓ з лінійною густиною заряду

$$\tau = \frac{Q}{\ell},$$

то нескінченно мала ділянка довжиною $d\ell$ із зарядом $dQ = \tau d\ell$ може розглядатися як точковий заряд, для якого

$$d\vec{E} = \frac{\tau d\ell}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}; \quad d\varphi = \frac{\tau d\ell}{4\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що спрямований від виділеного елемента $d\ell$ до точки, в якій вираховується напруженість електростатичного поля.

Використовуючи принцип суперпозиції електричних полів, інтегруванням знаходимо напруженість $\vec{E}$ та потенціал φ поля, який створюється розподіленням зарядом:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{\ell} \frac{d\ell \vec{r}}{r^2}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{\ell} \frac{d\ell}{r}.$$

Тут інтегрування ведеться вздовж всієї довжини ℓ зарядженої лінії.

Модуль напруженості поля, що створюється нескінченною прямою рівномірно зарядженою ниткою чи нескінченно довгим циліндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

де r – відстань від нитки або осі циліндра до точки, напруженість поля якої розраховується.

Заряджену поверхню, заряд якої Q рівномірно розподілений по поверхні площею S , можна характеризувати поверхневою густиною заряду

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

Модуль напруженості поля, яка створюється нескінченною рівномірно зарядженою площиною:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Зв'язок потенціалу електростатичного поля з напруженістю поля:

а) $\vec{E} = -grad \varphi$ чи $\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}\right)$ – у загальному

випадку;

б) $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$ – у випадку однорідного поля;

в) $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ – у випадку поля, що має центральну або осьову симетрію.

Електричний диполь – це система з двох рівних за модулем точкових зарядів протилежного знаку. Електричний момент диполя:

$$\vec{p} = |Q| \vec{\ell},$$

де Q – заряд; $\vec{\ell}$ – плече диполя (векторна величина, направлена від від'ємного заряду до позитивного та чисельно рівна відстані між зарядами).

Робота сил поля з переміщення заряду Q із точки поля з потенціалом φ_1 у точку з потенціалом φ_2 :

$$A_{12} = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Електроємність

$$\text{провідника: } C = \frac{Q}{\varphi}, \quad \text{конденсатора: } C = \frac{Q}{U},$$

де φ – потенціал провідника (за умови, що на нескінченності потенціал провідника приймається рівним нулю); U – різниця потенціалів між пластинами конденсатора.

Електроємність сфери радіусом R , яка віддалена від інших тіл:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Електроємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

де S – площа пластини (однієї) конденсатора; d – відстань між пластинами.

Електроємність C батареї конденсаторів:

$$\text{а) } \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \text{ (при послідовному з'єднанні);}$$

$$\text{б) } C = \sum_{i=1}^N C_i \text{ (при паралельному з'єднанні),}$$

де N – кількість конденсаторів у батареї.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{QU}{2}; \quad W = \frac{CU^2}{2}; \quad W = \frac{Q^2}{2C}.$$

Об'ємна густина енергії електричного поля

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2.$$

Сила постійного електричного струму:

$$I = \frac{Q}{t},$$

де Q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час t .

Густина струму:

$$j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Зв'язок густини струму з середньою швидкістю $\langle \vec{v} \rangle$ направленої руху заряджених частинок:

$$\vec{j} = qn \langle \vec{v} \rangle,$$

де q – заряд частинки; n – концентрація заряджених частинок.

Закон Ома:

а) для однорідної ділянки кола (на якій на діють сторонні сили):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – різниця потенціалів (напруга) на кінцях ділянки кола;
 R – опір ділянки;

б) для повного (замкнутого) кола:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

де $\mathcal{E}$ – електрорушійна сила джерела струму (е. р. с.); R – опір зовнішньої ділянки кола; r – внутрішній опір джерела.

Правила Кірхгофа:

$$\text{а) } \sum_{i=1}^n I_i = 0 \text{ (перше правило);}$$

$$\text{б) } \sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_i^m \mathcal{E}_i \text{ (друге правило),}$$

де $\sum_{i=1}^n I_i$ – алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у вузлі;

$\sum_{i=1}^n I_i R_i$ – алгебраїчна сума добутків сил струму на опори (суми падіння напруги); $\sum_{i=1}^m \mathcal{E}_i$ – алгебраїчна сума е. р. с.

Опір R та провідність G провідника:

$$R = \frac{\rho l}{S}; \quad G = \frac{\gamma S}{l},$$

де ρ – питомий опір; $\gamma = \frac{1}{\rho}$ – питома провідність; l – довжина

провідника; S – площа поперечного перерізу провідника.

Опір системи провідників:

$$\text{а) } R = \sum_{i=1}^n R_i \text{ (при послідовному з'єднанні);}$$

$$\text{б) } \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \text{ (при паралельному з'єднанні),}$$

де R_i – опір i -го провідника.

Робота постійного струму:

$$A = IUt, A = I^2 R t, A = \frac{U^2 t}{R}.$$

Перша формула дійсна для будь-якої ділянки кола, на кінцях якого підтримується напруга U , останні дві – для ділянки, яка не включає джерела струму.

Потужність струму:

$$P = IU; \quad P = I^2 R; \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля-Ленца:

При протіканні постійного струму силою I в провіднику з опором R за час t виділяється кількість теплоти Q .

$$Q = I^2 R t.$$

Якщо сила струму в провіднику змінюється, то закон Джоуля-Ленца справедливий для нескінченно малого інтервалу часу:

$$dQ = I^2 R dt,$$

де $I = f(t)$. У випадку лінійної залежності сили струму від часу $I = kt$ кількість теплоти, що виділиться за деякий час $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt = \int_{t_1}^{t_2} [f(t)]^2 R dt.$$

Закон Ома в диференціальній формі:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

де γ – питома провідність провідника; $\vec{E}$ – напруженість електричного поля; $\vec{j}$ – густина електричного струму.

Зв'язок питомої провідності з рухливістю b заряджених частинок (іонів):

$$\gamma = qn(b_+ + b_-),$$

де q – заряд іона; n – концентрація іонів; b_+ і b_- – рухливість позитивних та негативних іонів.

3.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МОДУЛЬ 3. „ЕЛЕКТРИКА”

Приклад 1. Три точкових позитивних заряди $Q_1 = Q_2 = Q_3$ закріплені у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд по величині та по знаку Q_4 потрібно розмістити в центрі трикутника, щоб ця система зарядів знаходилася в рівновазі.

Розв'язання. Між одноіменними зарядами спостерігається відштовхування. Всі три заряди, що розміщені по вершинах трикутника, знаходяться в однакових умовах (рис. 1). Тому достатньо пояснити, який заряд треба розмістити в центрі трикутника, для того, щоб один із трьох зарядів, наприклад Q_1 , знаходився б в рівновазі. Заряд Q_1 буде знаходитись в рівновазі, коли векторна сума діючих на нього сил буде дорівнювати нулю:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0 \quad (1)$$

де $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ – сили, з якими відповідно діють на заряд Q_1 заряди Q_2, Q_3, Q_4 ; $\vec{F}$ – рівнодіюча сил $\vec{F}_2$ та $\vec{F}_3$. Зрозуміло (див. рис.1), що сила, що зрівноважить силу $\vec{F}$, повинна бути силою притягування, тобто заряд Q_4 повинен бути негативним. Знайдемо його величину.

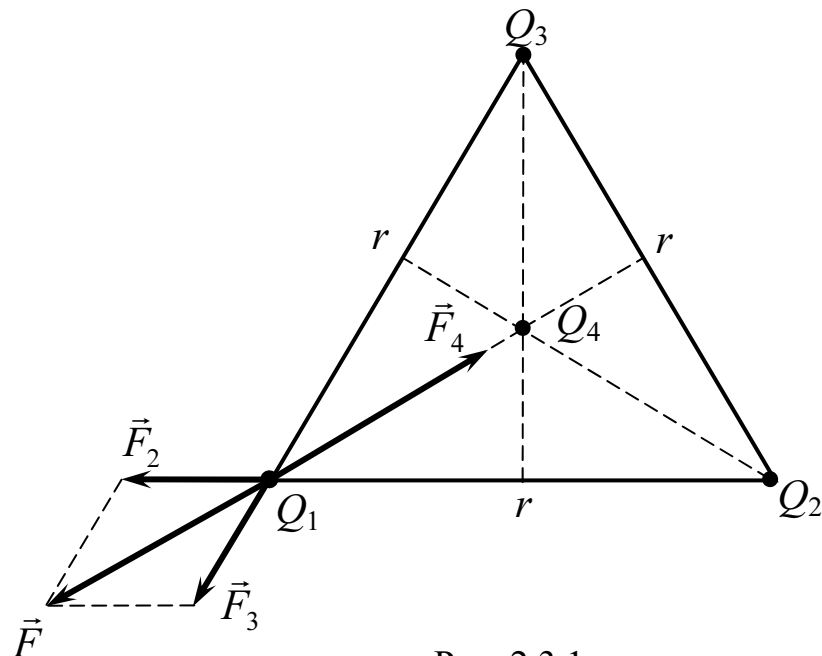


Рис. 2.3.1

Оскільки сили $\vec{F}$ та $\vec{F}_4$ направлені по одній прямій у протилежні сторони, то векторне рівняння (1) можна замінити

скалярним : $F - F_4 = 0$, звідки $F = F_4$. Виразивши в останньому рівнянні F через F_2 та F_3 та приймаючи до уваги, що $F_3 = F_2$, одержимо $F_4 = 2F_2 \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$. Тут враховано, що паралелограм побудований на рівних по величині сторонах F_2 та F_3 є ромбом, в якого діагоналі взаємно - перпендикулярні і діляться пополам.

Запишемо закон Кулона, враховуючи, що заряди у вершинах трикутника рівні $Q_2 = Q_3 = Q_1$:

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = 2 \cdot \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (2)$$

Звідси:

$$Q_4 = 2 \cdot \frac{Q_1 r_1^2}{r^2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (3)$$

Врахуємо, що в рівносторонньому трикутнику $\alpha = 60^\circ$, а тому відстань r_1 між зарядами Q_4 та Q_1 дорівнює:

$$r_1 = \frac{\frac{r}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{2 \cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}},$$

З врахуванням цього з формули (3) знайдемо величину заряду:

$$Q_4 = \frac{Q_1}{\sqrt{3}}.$$

Цей заряд – негативний. Треба також відмітити, що рівновага такої системи зарядів буде нестійкою.

Приклад 2. Визначити прискорюючу різницю потенціалів, яку повинен пройти в електричному полі електрон, що має швидкість 10^6 м/с, для того, щоб швидкість його збільшилася в 2 рази.

Розв’язання. Прискорюючу різницю потенціалів можна знайти, якщо вирахувати роботу сил електростатичного поля. Ця робота визначається добутком заряду електрона на різницю потенціалів:

$$A = eU. \quad (1)$$

Робота сил електростатичного поля в даному випадку дорівнює зміні кінетичної енергії електрона:

$$A = W_2 - W_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

де W_1 та W_2 – кінетичні енергії електрона до та після проходження прискорюючої різниці потенціалів; m – маса електрона; v_1 та v_2 – початкова та кінцева швидкості. Прирівнявши праву частину рівняння (1) та (2), одержимо:

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

де $n = v_2 / v_1$. Звідси різниця потенціалів дорівнює:

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}. \quad (3)$$

Провівши розрахунки, отримаємо:

$$U = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} (2^2 - 1) \text{ В} = 8,53 \text{ В}.$$

Приклад 3. Знайти швидкість та кінетичну енергію (в Дж та еВ), якої набуде електрон, що пройшов різницю потенціалів $\Delta\varphi = 100 \text{ В}$.

Розв’язання. Робота електричного поля щодо збільшення швидкості (кінетичної енергії)

$$A = e \cdot \Delta\varphi. \quad (1)$$

Ця робота йде на збільшення кінетичної енергії:

$$A = \Delta W_k. \quad (2)$$

Якщо в початковий момент $V = 0$, $W_k = 0$, $\hat{o}\hat{i}$ $A = W_k = \frac{mv^2}{2}.$ (3)

Отже:

$$e \cdot \Delta\varphi = W_k \quad (4)$$

та

$$e \cdot \Delta\varphi = \frac{mv^2}{2}. \quad (5)$$

Підставивши числові значення в (4), отримаємо:

$$W_k = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 100 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} ; \quad (\text{Дж} = \text{Кл} \cdot \text{В}).$$

Оскільки за визначенням 1 електрон-вольт (1еВ) – це енергія, яку отримає електрон, що пройде різницю потенціалів в 1 В, то

$$W_k = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} = 100 \text{ eB}.$$

З формули (5) знайдемо швидкість, яку отримає електрон:

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \Delta \varphi}{m}}. \quad (6)$$

Підставимо числові значення:

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Кл}}} = \sqrt{\frac{320}{9,1} \cdot 10^{12} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)} = 5,9 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Приклад 4. Сила струму в провіднику опором 20 Ом зростає протягом 2 с за лінійним законом від 0 до 6 А. Визначити теплоту, яка виділилася в цьому провіднику за першу та за другу секунду, а також знайти співвідношення теплоти, що виділилася за першу та другу секунди.

Розв’язання. Закон Джоуля-Ленца у вигляді $Q = I^2 R t$ справедливий для постійного струму ($I = \text{const}$). Якщо ж сила струму в провіднику змінюється, то вказаний закон справедливий для нескінченно малого інтервалу часу та записується у вигляді:

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Тут сила струму I є деякою функцією часу. В даному випадку

$$I = kt, \quad (2)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який характеризує швидкість зміни сили струму:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А/с}.$$

З урахуванням (2) формула (1) приймає вигляд:

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (3)$$

Для визначення теплоти, що виділиться за інтервал часу Δt , вираз (3) треба інтегрувати в межах від t_1 до t_2 :

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

Проведемо розрахунки:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (1 - 0) = 60 \text{ Дж};$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (8 - 1) = 420 \text{ Дж}.$$

Значить $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7$, тобто за другу секунду виділиться теплоти в

7 раз більше, ніж за першу.

Приклад 5. Простір між пластинами плоского конденсатора має об'єм 375 см^3 і заповнений воднем, який частково іонізовано. Площа кожної пластини конденсатора 250 см^2 . При якій напрузі сила струму, що проходить, досягне значення 2 мА , якщо концентрація іонів у газі рівна $5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$?

Розв'язання. Напряга на пластинах конденсатора зв'язана з напруженістю електричного поля та відстанню між пластинами співвідношенням:

$$U = E \cdot d. \quad (1)$$

Напряга поля може бути визначена з виразу для густини струму:

$$j = Qn(b_+ + b_-)E,$$

де Q - заряд іона; n - концентрація іонів; b_+ і b_- - рухливість позитивних та негативних іонів. Звідси:

$$E = \frac{j}{Qn(b_+ + b_-)} = \frac{1}{Qn(b_+ + b_-) \cdot S}.$$

Оскільки об'єм простору між пластинами дорівнює Sd , то підставляючи вираз E та d у формулу (1), одержимо:

$$U = \frac{IV}{Qn(b_+ + b_-)S^2}. \quad (2)$$

Проведемо розрахунки, приймаючи до уваги, що рухомість іонів $b_+ = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$; $b_- = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$:

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,75 \cdot 10^{-4}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,3 \cdot 10^{13} (5,4 + 7,4) \cdot 10^{-4} \cdot 6,26 \cdot 10^{-4}} \text{ В} = 110 \text{ В}.$$

Приклад 6. Електричне коло складається з двох гальванічних елементів, трьох опорів та гальванометра (рис. 2). У цьому колі

$R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$; $R_3 = 20 \text{ Ом}$; е. р. с. елемента $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$. Гальванометр реєструє силу струму $I_3 = 50 \text{ мА}$, в напрямку, який вказано стрілкою. Визначити е. р. с. $\mathcal{E}_2$ другого елемента. Опором гальванометра та внутрішнім опором елементів знехтувати.

Вказівка. Для розрахунку розгалужених кіл застосовують закони Кірхгофа. Відмітимо деякі особливості складання рівнянь за цими законами.

1. Перед складанням рівняння довільно вибрати: а) напрямки струмів (якщо вони не задані умовою задачі) та показати їх стрілками на схемі; б) напрямки обходу контурів.

2. При складанні рівнянь за першим законом Кірхгофа вважати струми, що входять у вузол позитивними, а струми з вузла - негативними. Число рівнянь, складених за першим законом Кірхгофа, повинно бути на одиницю менше від числа вузлів, які знаходяться в колі.

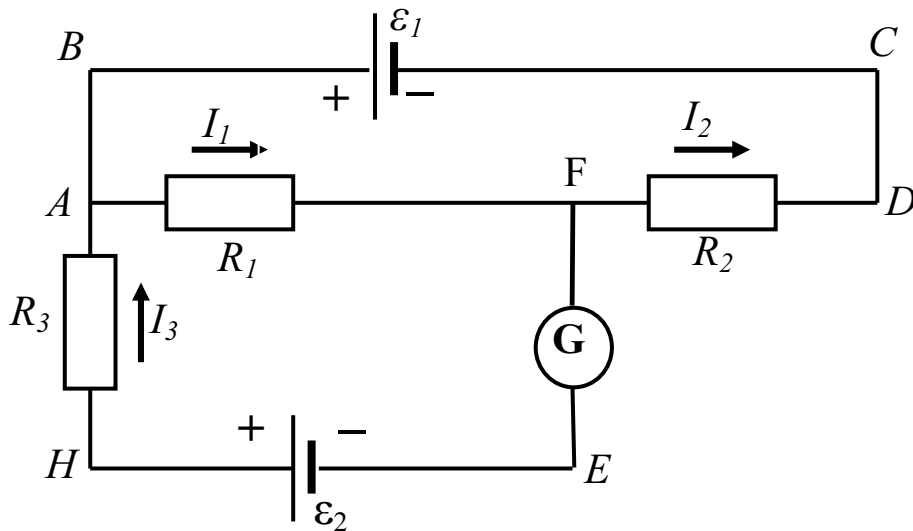


Рис.2

3. При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа треба вважати: а) падіння напруги (тобто добуток IR), що входить у рівняння зі знаком плюс, якщо напрямок струму на даній ділянці збігається з вибраним напрямком обходу контуру; в противному разі добуток IR входить у рівняння зі знаком мінус; б) е. р. с. входить у рівняння зі знаком плюс, якщо вона підвищує потенціал у напрямку обходу контуру, тобто при обході йдемо від мінуса до плюса джерела струму; в противному разі е. р. с. входить в рівняння зі знаком мінус.

Число незалежних рівнянь, які можуть бути складені за другим законом Кірхгофа, повинно бути менше числа замкнених контурів, які є в колі.

Для складання рівнянь перший контур можна вибрати довільно. Всі наступні контури слід вибирати так, щоб у кожний новий контур входила хоча б одна частина кола, яка не брала участі ні в одному із раніше використаних контурів. Якщо при розв'язанні рівнянь, що складені вищевказаним способом, одержано від'ємні значення сили

струму, то це означає, що струм через даний опір у дійсності тече в напрямку, протилежному довільно вибраному.

Розв'язання. Виберемо напрямки струмів так, як їх показано на рис.1, і умовимося обходити контури за годинниковою стрілкою.

За першим законом Кірхгофа для вузла F маємо:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

За другим законом Кірхгофа для контура $ABCDFA$ маємо:

$$-I_1 R_1 - I_2 R_2 = -\varepsilon_1 \quad \text{або} \quad I_1 R_1 + I_2 R_2 = \varepsilon_1 \quad (2)$$

Відповідно для контура $AFEHA$

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_2. \quad (3)$$

Після підстановки числових значень у формули (1), (2) та (3) одержимо:

$$I_1 - I_2 - 0,05 = 0; \quad 50 I_1 + 25 I_2 = 1; \quad 100 I_1 + 0,05 \cdot 20 = \varepsilon_2.$$

Якщо перенесемо в цих рівняннях невідомі величини в ліві частини, а відомі – в праві, одержимо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 &= 0,05; \\ 50 I_1 - 25 I_2 &= 1; \\ 100 I_1 - \varepsilon_2 &= -1. \end{aligned}$$

Цю систему з трьома невідомими можна вирішити звичайними прийомами алгебри, але оскільки за умовою задачі треба визначити тільки одне невідоме - ε_2 з трьох, то скористаємося методом визначників.

Складаємо та вираховуємо визначник Δ системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} = -25 - 50 = -75.$$

Складаємо та вираховуємо визначник Δ_{ε_2} :

$$\begin{aligned} \Delta_{\varepsilon_2} &= \\ &= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0,05 \\ 50 & 25 & 1 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} + 0,05 \begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} = -25 - 50 - 100 - 125 = -300. \end{aligned}$$

Поділимо визначник Δ_{ε_2} на визначник Δ , знайдемо числове значення ε_2 .

$$\varepsilon_2 = \Delta_{\varepsilon_2} / \Delta = -300 / (-75) = 4.$$

Таким чином $\varepsilon_2 = 4$ В.

3.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №3

МОДУЛЬ 3. „ЕЛЕКТРИКА”

301. Точкові заряди 2 мкКл та 5 мкКл знаходяться на відстані 5 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, віддаленій на 3 см від першого і 4 см від другого заряду. Визначити силу, що діє в цій точці на точковий заряд 10 мкКл.

302. Три однакових точкових заряди по 5 нКл кожен знаходяться в вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 1 см. Визначити модуль і напрямок сили, що діє на один із зарядів зі сторони двох інших.

303. Чотири однакових точкових заряди по 10 нКл кожен закріплені в вершинах квадрата зі стороною 10 см. Знайти силу, що діє на один із цих зарядів зі сторони трьох інших.

304. Відстань між двома точковими однойменними зарядами 0,9 нКл та 1,6 нКл дорівнює 50 см. Визначити точку, в яку треба помістити третій заряд так, щоб система зарядів знаходилась в рівновазі. Визначити розмір і знак заряду. Стійка чи нестійка буде рівновага?

305. Заряджена пилінка масою 0,01 г перебуває в рівновазі в однорідному електричному полі плоского конденсатора. Напруга між пластинами 400 В, а відстань між пластинами 4 мм. Визначити величину заряду пилінки та напруженість поля.

306. На якій відстані один від одного потрібно розмістити два однойменні точкові заряди в воді, щоб вони відштовхувались з такою ж силою, з якою вони відштовхуються в вакуумі на відстані 9 см. Відносна діелектрична проникність води 81.

307. В теорії атома водню прийнято, що електрон обертається навколо протона (ядра) по коловій орбіті радіусу $0,53 \cdot 10^{-10}$ м. Чому буде дорівнювати лінійна швидкість електрона при такому обертанні? Знайти силу взаємодії між електроном та протоном.

308. На тонкому провіднику, що зігнутий в кільце з радіусом 5 см, рівномірно розподілений заряд 10 нКл. Знайти напруженість та потенціал поля в центрі кільця (в площині кільця).

309. На тонкому стержні довжиною 10 см знаходиться рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною заряду 5 нКл/м. На продовженні осі стержня на відстані 20 см від ближнього кінця стержня розміщено точковий заряд 10 нКл . Знайти силу взаємодії точкового заряду з стержнем.

310. Точковий заряд 10 нКл розміщений в електричному полі, що створене прямим довгим (рахуємо - нескінченно довгим) циліндром радіуса 5 см, який рівномірно заряджений з поверхневою густиною

заряду 1 мкКл/м^2 . Визначити силу, що діє на заряд в точці, що відстоїть від осі циліндра на відстані 10 см.

311. Який заряд треба помістити на пластини конденсатора площею 200 см, щоб вони притягуються з силою 0,5 м? Електричне поле рахувати однорідним, а між пластинами діелектрик слюда.

312. Поле створене точковим диполем з електричним моментом 0,5 нКл м. Визначити напруженість поля в точках, що розміщені симетрично відносно центру диполя на його осі на відстані 50 см від центру диполя. Знайти різницю потенціалів між цими точками.

313. Електричне поле в повітрі створене прямим довгим (рахуємо-нескінченно довгим) циліндром радіуса 10 см, який рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду $0,5 \text{ мкКл/м}$. Визначити поверхневу густину заряду циліндра та напруженість поля на відстані 20 см від осі циліндра.

314. На пластинах плоского конденсатора розміщений заряд 20 нКл. Площа кожної пластини 50 см^2 , а діелектриком є фарфор. Вважаючи поле однорідним знайти силу, з якою притягуються пластини.

315. На тонкому стержні довжиною 25 см знаходиться рівномірно розподілений заряд. На продовженні осі стержня на відстані 25 см від ближнього кінця стержня розміщено точковий заряд 20 нКл . Знайти лінійну густину заряду на стержні, якщо сила взаємодії точкового заряду з стержнем дорівнює 10 мкН.

316. Електричне поле в повітрі створене прямим довгим (рахуємо-нескінченно довгим) циліндром радіуса 2 см, який рівномірно заряджений з поверхневою густиною заряду 1 мкКл/м^2 . Визначити лінійну густину заряду циліндра та напруженість поля на відстані 10 см від осі циліндра.

317. Електричне поле в вакуумі створене нескінченно довгим тонким зарядженим провідником з лінійною густиною заряду 10 нКл/м . Визначити напруженість поля в точках, що знаходяться на відстані 5 см та 10 см від провідника, а також різницю потенціалів між цими точками.

318. В поле точкового заряду величиною 10 нКл поміщають на деякій відстані інший точковий заряд величиною 5 нКл. Під дією сил поля другий заряд перемістився так, що відстань до першого заряду збільшилась вдвічі. Виконана при цьому робота дорівнює 1 мкДж. На якій відстані розміщалися заряди?

319. Потенціал в деякій точці поля, що розміщена на відстані 1 см від точкового заряду в повітрі, дорівнює 200 В. Визначити величину цього заряду та напруженість поля в цій точці. Яку роботу потрібно виконати, щоб перемістити цей заряд в точку з потенціалом 100 В?

320. Визначити потенціальну енергію системи двох точкових зарядів 2 нКл та 5 нКл, що знаходяться на відстані 10 см один від одного. Як зміниться потенціальна енергія, якщо знак одного із зарядів поміняти на негативний.

321. Електрон влітає в однорідне електричне поле з напруженістю 100 В/м з початковою швидкістю 10^6 м/с так, що вектор швидкості перпендикулярний до ліній напруженості електричного поля. Визначити: а) силу, що діє на електрон; б) прискорення руху електрона; в) швидкість електрона через 10^{-7} с.

322. Електрон з енергією $1,6 \cdot 10^{-17}$ Дж рухається з нескінченності вздовж силової лінії по напрямку до металевої зарядженої кульки радіусом 1 см. Визначити мінімальну відстань, на яку наблизиться електрон до поверхні кульки, якщо її заряд-100 нКл.

323 Електрон, що пройшов в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої, набув швидкість 10^5 м/с. Відстань між пластинами 10 мм. Знайти: 1) різницю потенціалів між пластинами; 2) поверхневу густину заряду на пластинах.

324. Яку прискорюючу різницю потенціалів повинен пройти електрон, що має швидкість 10^6 м/с, щоб його швидкість зросла втричі?

325. Яку різницю потенціалів повинен пройти протон, що має швидкість 10^5 м/с, щоб його швидкість зросла вдвічі?

326. Знайти відношення швидкостей іонів Cu^{2+} та K^+ , що пройшли однакову різницю потенціалів.

327. Іон атома літію Li^+ пройшов різницю потенціалів 500 В, а іон атому натрію Na^+ - різницю потенціалів 200 В. Знайти відношення швидкостей цих іонів.

328. Електрон, що мав кінетичною енергією, $1,6 \cdot 10^{-18}$ Дж влетів в однорідне електричне поле в напрямі силових ліній поля. З якою швидкістю буде рухатись електрон, що пройшов в цьому полі різницю потенціалів 10 В? Як зміниться швидкість руху, якщо електрон влітатиме в напрямі, протилежному силовим лініям поля.

329. Пилінка масою 10^{-8} кг, що несе на собі заряд рівний заряду 100 електронів, пройшла в вакуумі прискорюючу різницю потенціалів

$U=500$ В. Яка кінетична енергія цієї пилінки? Яку швидкість набула пилінка?

330. Знайти швидкість та кінетичну енергію (в Дж та еВ), якої набуде електрон, що пройшов різницю потенціалів в 500 В.

331. Плоский конденсатор заряджений до різниці потенціалів 200 В, а потім відключений від джерела. Відстань між пластинами конденсатора 5 мм. Як зміниться напруга між пластинами, якщо відстань між ними зросте вдвічі? Вважати, що втрат заряду після відключення конденсатора немає.

332. Плоский конденсатор, що має площу пластин 100 см^2 та відстань між ними 5 мм, заряджений до різниці потенціалів 200 В. Визначити енергію електростатичного поля та її об'ємну густину. Відносна діелектрична проникливість діелектрика між пластинами дорівнює 7 (слюда).

333. Відстань між пластинами плоского конденсатора 5 мм, різниця потенціалів 500 В. Заряд кожної пластини 40 нКл. Визначити енергію поля конденсатора та силу взаємодії між пластинами.

334. Два однакових плоских повітряних конденсатора ємністю 200 пФ кожний з'єднані послідовно в батарею. Визначити на скільки зміниться ємність батареї, якщо простір між пластинами одного із конденсаторів заповнити слюдою з відносною діелектричною проникливістю 7.

335. Плоский конденсатор, відстань між пластинами якого дорівнює 5 мм, заряджений до різниці потенціалів 250 В. Площа кожної пластини 50 см^2 . Знайти напруженість та об'ємну густину енергії поля конденсатора. Діелектрик – слюда, з відносною діелектричною проникливістю 7.

336. Напруга між пластинами плоского конденсатора 100 В. Площа кожної пластини 50 см^2 , а заряд на пластині 5 нКл. Чому дорівнює відстань між пластинами, якщо між пластинами а) повітря, б) фарфор, з відносною діелектричною проникливістю 5.

337. Між пластинами плоского конденсатора знаходиться слюдяна пластинка, що щільно прилягає до пластин. Як зміниться напруга між пластинами конденсатора, що заряджений до напруги 50 В, якщо слюдяну пластинку витягнути? Відносна діелектрична проникливість слюди - 7.

338. Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора 200 В, а відстань між ними 5 мм. Площа кожної пластини 100 см^2 . Який заряд знаходиться на кожній пластині, якщо між пластинами а) повітря, б) фарфор, з відносною діелектричною проникливістю 5.

339. Плоский конденсатор з пластинами по 100 см^2 кожна та відстанню між ними в 3 мм заряджений до різниці потенціалів в 300 В . Знайти енергію та об'ємну густину енергії поля конденсатора якщо між пластинами а) повітря, б) фарфор, з відносною діелектричною проникливістю 5 .

340. Конденсатор ємністю 5 мкФ заряджений до різниці потенціалів 100 В . Після відключення від джерела струму конденсатор підключили паралельно з іншим, незарядженим, конденсатором такої ж ємності. Яка енергія піде на створення іскри під час під'єднання другого конденсатора?

341. Електрорушійна сила джерела струму 12 В . Внутрішній опір менший зовнішнього в 5 разів. Визначити напругу на клеммах джерела.

342. Акумулятор дає струм 2 А при замиканні на опір 4 Ом та 1 А при замиканні на 10 Ом . Визначити електрорушійну силу, внутрішній опір елемента та струм короткого замикання.

343. Гальванічний елемент з електрорушійною силою $1,5\text{ В}$ дає струм $0,1\text{ А}$ при замиканні його на опір 14 Ом . Визначити струм короткого замикання ?

344. Акумулятор дає струм 1 А при замиканні на опір 10 Ом та $0,5\text{ А}$ при замиканні на 22 Ом . Визначити електрорушійну силу, внутрішній опір елемента та струм короткого замикання.

345. Який повинен бути діаметр залізного провідника довжиною 5 м , щоб при замиканні ним елемента з електрорушійною силою $1,5\text{ В}$ та внутрішнім опором $0,2\text{ Ом}$, одержати струм $0,6\text{ А}$? Питомий опір провідника дорівнює $9,8 \cdot 10^{-8}\text{ Ом} \cdot \text{м}$.

346. Лампа потужністю 500 Вт розрахована на напругу 110 В . Визначити опір лампи в робочому стані. Який додатковий опір необхідний для того, щоб ввімкнути цю лампу в мережу з напругою 127 В .

347. Котушка та амперметр підключені до джерела живлення послідовно. До клем котушки підключений вольтметр з опором 4 кОм . Амперметр показує силу струму $0,3\text{ А}$, вольтметр - напругу 120 В . Визначити опір котушки. Визначити відносну похибку, яка буде допущена при вимірюванні опору, якщо знехтувати силою струму, що проходить через вольтметр.

348. В коло з напругою 100 В підключили котушку з опором 2 кОм та вольтметр, що з'єднані послідовно. Покази вольтметра були 80 В . Коли котушку замінили іншою, вольтметр показав 60 В . Визначити опір другої котушки.

349. Електрорушійна сила батареї дорівнює 80 В . Внутрішній опір батареї 5 Ом . Зовнішнє коло споживає потужність 100 Вт . Визначити

силу струму в колі, напругу, під яким знаходиться зовнішнє коло, та зовнішній опір.

350. Від джерела з електрорушійною силою 400 В, потрібно передати енергію на відстань 500 м. Потужність, що споживається, дорівнює 4 кВт. Знайти мінімальні втрати потужності в колі, якщо діаметр мідних провідників 0,4 см.

351. За час рівний 10 с струм в колі рівномірно виріс з 2 А до 5 А. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на опорі 4 кОм?

352. В провіднику за час 5 с при рівномірному зростанні сили струму від 2 А до 5 А виділилося кількість теплоти 10 кДж. Знайти опір провідника.

353. Визначити кількість теплоти, що виділилась за час 5 с в провіднику опором 1 кОм, якщо сила струму в ньому рівномірно зменшувалась від 10 А до 5 А.

354. Сила струму в провіднику з опором 100 Ом за 2 с лінійно зростає від 0 до 4 А. Визначити кількість теплоти, що виділиться за першу та другу секунди проходження струму.

355. Сила змінного струму змінюється по синусоїдальному закону з частотою 50 Гц. Знайти заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час рівний четверті періоду, якщо при цьому сила струму зросла з 0 до 5 А.

356. Сила змінного струму з частотою 50 Гц, зросла за четверть періоду від 0 до 4 А. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на провіднику з опором 1 кОм?

357. Сила змінного струму з частотою 50 Гц, зменшилась за четверть періоду від 10 А до 0. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на провіднику з опором 2 кОм?

358. За час рівний 5 с струм в колі рівномірно зменшився з 10 А до 5 А. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на опорі 5 кОм?

359. За час рівний 15 с струм в колі рівномірно виріс з 2 А до 5 А. Яка кількість теплоти при цьому виділиться на опорі 10 кОм?

360. Сила струму в провіднику з опором 1 кОм за 5 с лінійно зменшується від 5 А до 0. Визначити кількість теплоти, що виділиться за першу, другу та п'ять секунд проходження струму.

361. Простір між пластинами плоского конденсатора, що має об'єм 500 см^3 , заповнено частково іонізованим воднем. Площа пластин конденсатора рівна 200 см^2 . При якій напрузі сила струму, що проходить через конденсатор, досягне значення 1 мкА, якщо концентрація іонів в газі дорівнює $5 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$?

362. Водень іонізується в іонізаційній камері під дією рентгенівського випромінювання, так, що в кожному кубічному міліметрі газу знаходиться в умовах рівноваги 10^5 пар іонів. Знайти питому провідність азоту.

363. Посередині між електродами іонізаційної камери влетіла α -частинка. Рухаючись паралельно електродам, вона створила на своєму шляху ланцюжок іонів. За який час після прольоту α -частинки іони дійдуть до електродів, якщо відстань між електродами 2 см, різниця потенціалів 6 кВ і рухомість іонів обох знаків в середньому дорівнює $1,5 \text{ см}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$?

364. Знайти опір трубки довжиною 0,5 м і площею поперечного перерізу 5 мм^2 , що наповнена азотом, іонізованим так, що в об'ємі 1 см^3 його знаходиться при рівновазі 10^8 пар іонів. Іони одновалентні.

366. Повітря іонізується рентгенівським випромінюванням. Визначити питому провідність повітря, якщо в одному см^3 газу знаходиться в умовах рівноваги 10^8 пар іонів.

367. Азот між плоскими електродами іонізаційної камери іонізується рентгенівським випромінюванням. Сила струму, що проходить через камеру, 1,5 мкА. Площа кожного електрода 200 см^2 , відстань між ними 1,5 см, різниця потенціалів 150 В. Визначити концентрацію іонів між пластинами, якщо струм далекий від насичення. Заряд кожного іона дорівнює елементарному заряду.

368. Газ, що знаходиться в іонізаційній камері між плоскими пластинами, опромінюється рентгенівським випромінюванням. Визначити густину струму насичення, якщо іонізатор створить в об'ємі 1 см^3 газу $5 \cdot 10^6$ пар іонів в секунду. Рахувати, що кожний іон несе на собі елементарний заряд. Відстань між пластинами камери 2 см.

369. Об'єм газу, що знаходиться між електродами іонізаційної камери, дорівнює 1 літр. При іонізації рентгенівським випромінюванням сила струму насичення рівна 5 нА. Скільки пар іонів виникне за одну секунду в об'ємі рівному 1 см^3 газу? Заряд кожного іона рівний елементарному заряду.

370. . На відстані 1 см одна від одної розміщені дві пластини площею 200 см^2 кожна. Водень між пластинами іонізують рентгенівським випромінюванням. При напрузі 100 В між пластинами проходить далекий від насичення струм силою 2 мкА. Визначити концентрацію іонів одного знаку між пластинами. Заряд кожного іона вважати рівним елементарному заряду.

3.4. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ПО МОДУЛЮ 3

РОБОТА 3.1

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ

Мета роботи: ознайомитись з методом моделювання електростатичного поля, побудувати картину електростатичного поля за допомогою кривих рівного потенціалу та силових ліній.

Метод моделювання використовується для експериментального вивчення полів, утворених електродами складної конфігурації різних електронних, іонних та інших приладів (ламп, конденсаторів тощо). Збільшені моделі електродів розміщують один відносно одного так, як і в реальному приладі. Подають на них потенціали, пропорційні потенціалам відповідних електродів приладу. Модель відтворює у збільшеному масштабі силові лінії та еквіпотенціальні поверхні електростатичного поля заряджених електродів приладу. Необхідність моделювання зумовлена тим, що вимірювання характеристик електростатичних полів безпосередньо всередині самих приладів часто є утрудненим через малі розміри окремих деталей. Крім того, деякі області простору всередині приладу можуть бути недоступними для зондування.

Установка для вивчення картини електростатичного поля складається з ванни, наповненої слабким електролітом (водопровідною водою) з двома електродами a і b довільної форми (рис. 1,а). Досліджують поле, створене цими електродами, за допомогою зонда $З$.

Зонд (кінець тонкої металічної дротини), який з'єднують через чутливий амперметр (нуль-гальванометр) G з рухомою точкою C потенціометра. Переміщуючи зонд, занурений в електроліт, можна знайти таку точку поля, потенціал якої дорівнює потенціалу точки C . У цьому випадку струм, що проходить через гальванометр G дорівнює нулю. Потенціал точки поля в місці розташування зонда визначають за вольтметром V .

Потенціал φ у довільної точки поля – скалярна функція її координат x, y, z : $\varphi = \varphi(x, y, z)$. Він є енергетичною характеристикою поля і визначається величиною роботи, що її виконують сили поля при переміщенні одиничного позитивного заряду з даної точки (x, y, z) до тієї, потенціал якої беруть за початок відліку і умовно вважають рівним нулю.

На схемі (рис. 1, а) потенціал зонду, вимірюваний вольтметром V , відраховують відносно потенціалу лівого електрода. Еквіпотенціальні лінії (лінії рівного потенціалу) рисують за допомогою пантографа на папері. Зміна потенціалу на одиницю відстані u напрямку, перпендикулярному до поверхні рівного потенціалу $\varphi(x, y, z) = \text{const}$, визначає величину вектора **напруженості** $\vec{E}$ електростатичного поля. Вектор напруженості $\vec{E}$ у будь-якій точці поля перпендикулярний до поверхні рівного потенціалу, що проходить через цю точку, і спрямований у напрямку зменшення потенціалу. Зв'язок між напруженістю і потенціалом описується співвідношенням $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$. Для наближеного обчислення напруженості користуються формулою:

$$E \approx \frac{|\Delta\varphi|}{|\Delta x|} = \frac{|\varphi_1 - \varphi_2|}{\Delta x}, \quad (1)$$

де Δx – відстань між двома близько розташованими еквіпотенціальними поверхнями, а φ_1 та φ_2 – їх потенціали (рис. 1, б).

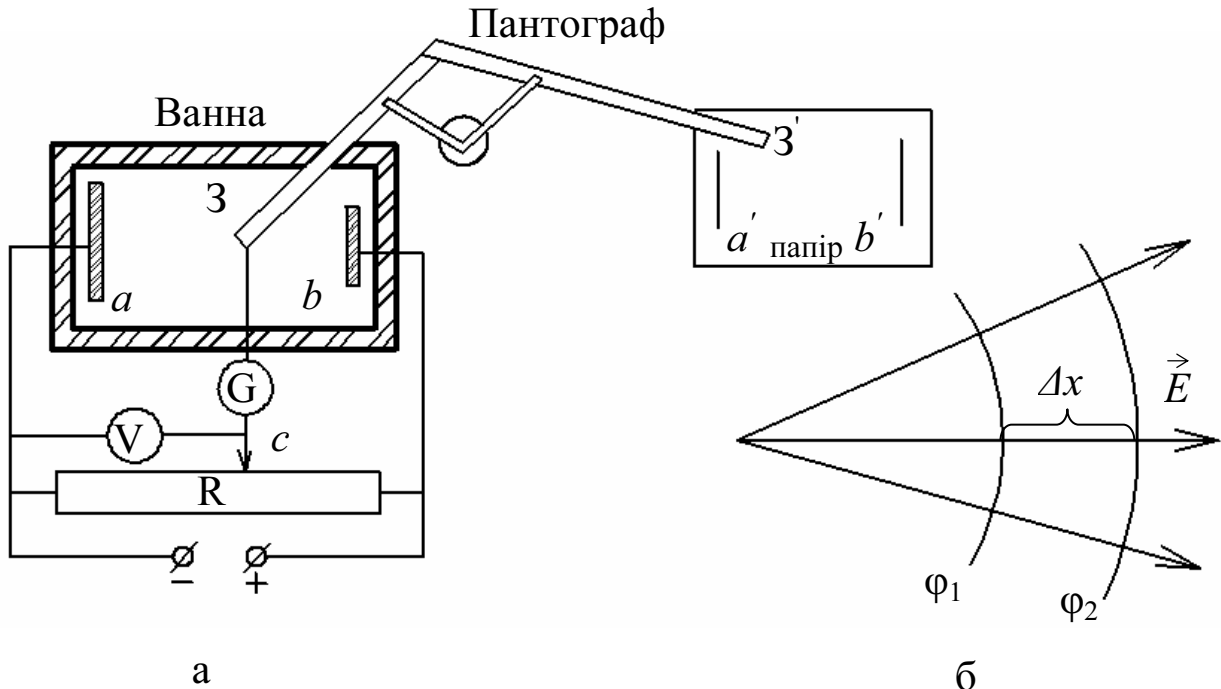


Рис. 1

Порядок виконання роботи

1. Складають схему (рис.1, а), записують у зошит характеристики вольтметра (ціну поділки, граничне значення, клас точності). У пантографі закріплюють декілька аркушів паперу (відповідно до кількості студентів, що виконують роботу).

2. Встановлюють електроди **а** та **В** та, не вимикаючи джерела струму, обводять їх зондом, відтворюючи їх обриси **а'** і **в'** на папері (кінцем пантографа проколюють папір у кількох точках і з'єднують точки плавною лінією).

3. Подають на електроди різницю потенціалів 10 В.

4. Обертаючи ручку потенціометра, встановлюють потенціал точки **С** рівним $\varphi_1 = 1$ В. Переміщуючи зонд, відшуковують у ванні точку із таким самим потенціалом. У цьому випадку стрілка нуль-гальванометра встановлюється на нулі. Відмічають відповідну точку на папері.

5. Переміщуючи зонд, знаходять 8-10 точок з потенціалом φ_1 . З'єднуючи їх, викреслюють першу еквіпотенціальну криву і записують поряд з нею значення потенціалу φ_1 .

6. Збільшують потенціал до значення $\varphi_2 = 2$ В і аналогічно відшуковують наступну еквіпотенціальну криву. Так продовжують далі, збільшуючи кожного разу потенціал зонда на 1 В. Біля кожної кривої вказують її потенціал. Залежно від умов, значення потенціалів можуть бути іншими.

7. На основі одержаних еквіпотенціальних кривих будують сімейство ліній напруженості (силових ліній). Вказують напрямки кожної з них. При побудові враховують, що лінії напруженості перпендикулярні до поверхонь електродів і до еквіпотенціальних ліній.

8. За формулою (1) з урахуванням масштабу пантографа розраховують напруженості поля в кількох точках вздовж однієї з ліній напруженості (лінію вкаже викладач).

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Що називають напруженістю електричного поля? В яких одиницях системи СІ вимірюється її величина?

2. Навести означення силових ліній (ліній напруженості) електричного поля.

3. Який фізичний зміст має різниця потенціалів між двома точками електростатичного поля?

4. Навести означення еквіпотенціальної поверхні та еквіпотенціальної лінії. Використовуючи силові та еквіпотенціальні лінії, образити на рисунку електростатичні поля точкового заряду, плоского конденсатора.

5. Що називають градієнтом фізичної величини?

6. Як зв'язані між собою напруженість і потенціал електростатичного поля? Якого вигляду набуває співвідношення між ними, якщо поле однорідне?

РОБОТА 3.2 ВИЗНАЧЕННЯ ЕЛЕКТРОРУШІЙНОЇ СИЛИ (Е.Р.С.) ДЖЕРЕЛА СТРУМУ МЕТОДОМ КОМПЕНСАЦІЇ

Мета роботи: ознайомитися з компенсаційним методом визначення е. р. с. джерела струму, виміряти е. р. с. гальванічного елемента.

Відомо, що е. р. с. ($\mathcal{E}$) джерела дорівнює різниці потенціалів між його полюсами при розімкненому зовнішньому колі. Однак виміряти цю різницю потенціалів звичайним (неелектростатичним) вольтметром не можна. При підключенні до джерела струму вольтметра з опором R_g через вольтметр буде проходити струм. За законом Ома для повного (замкнутого) кола сила струму визначається за формулою

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_g + r} .$$

де r – внутрішній опір джерела струму.

Напруга, виміряна вольтметром $U = IR_g$. Тому

$$U = \mathcal{E} - I r .$$

Отже, виміряна вольтметром напруга U , менша від е.р.с. джерела на величину падіння напруги $I r$ на внутрішньому опорі джерела. Тому для вимірювання е.р.с. створюють умови, за яких струм через джерело не проходить ($I = 0$). При цьому $\mathcal{E} = U$. Саме цього досягають компенсаційним методом, що ґрунтується на компенсації (врівноважуванні) е.р.с, яку вимірюють, напругою, створеною на відомому опорі струмом від допоміжного джерела.

У даній роботі для здійснення методу компенсації використовують три джерела: з невідомою е.р.с $\mathcal{E}_x$, з е.р.с. $\mathcal{E}_0$ (еталон) і допоміжне з е.р.с. $\mathcal{E}$, яка більша від $\mathcal{E}_x$ та $\mathcal{E}_0$. Ці джерела включені однойменними полюсами назустріч один одному (рис 1). У колі джерела $\mathcal{E}$ тече струм I , який створює падіння напруги на компенсаційному опорі R . У прецизійних вимірюваннях опором R є спеціальні магазини опорів. У нашому випадку опір R – це реохорд $ав$, виконаний з однорідного тонкого дроту, натягнутого на масштабну лінійку, вздовж якої переміщується контактний повзунок C . При вимірюванні невідомої е.р.с. $\mathcal{E}_x$ відшукують таке положення контактного повзунка C , при якому стрілка гальванометра G встановлюється на нулі. Це означає, що е.р.с. $\mathcal{E}_x$ скомпенсована падінням напруги Ir_x на ділянці $ас$, тобто:

$$\mathcal{E}_x = Ir_x \quad (1)$$

де I – сила струму на ділянці $ав$; r_x – опір ділянки $ас$.

Якщо замість джерела $\mathcal{E}_x$ у схему включити джерело з відомою е.р.с $\mathcal{E}_0$, то для її компенсації треба перемістити контактний повзунок у нове положення C_1 . Тоді замість співвідношення (1) матимемо:

$$\mathcal{E}_0 = Ir_0, \quad (2)$$

де r_0 – опір ділянки $ас_1$.

Розділивши (1) на (2), отримаємо:

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_0} = \frac{r_x}{r_0} \quad (3)$$

Ця рівність і лежить в основі порівняння е.р.с. за допомогою методу компенсації.

Для каліброваного дроту опори ділянок $ас$ і $ас_1$ пропорційні їх довжинам: $r_x \sim l_x$, $r_0 \sim l_0$, тобто :

$$\frac{r_x}{r_0} = \frac{l_x}{l_0}. \quad (4)$$

Тому співвідношення (3) можна записати у вигляді:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_0 \frac{l_x}{l_0} . \quad (5)$$

У даній роботі еталонним джерелом є ртутно-кадмієвий нормальний елемент з $\mathcal{E}_0 = 1,01836$ В.

УВАГА! Нормальний елемент не можна перевертати.

Порядок виконання роботи

1. Складають електричне коло за схемою (рис 1).

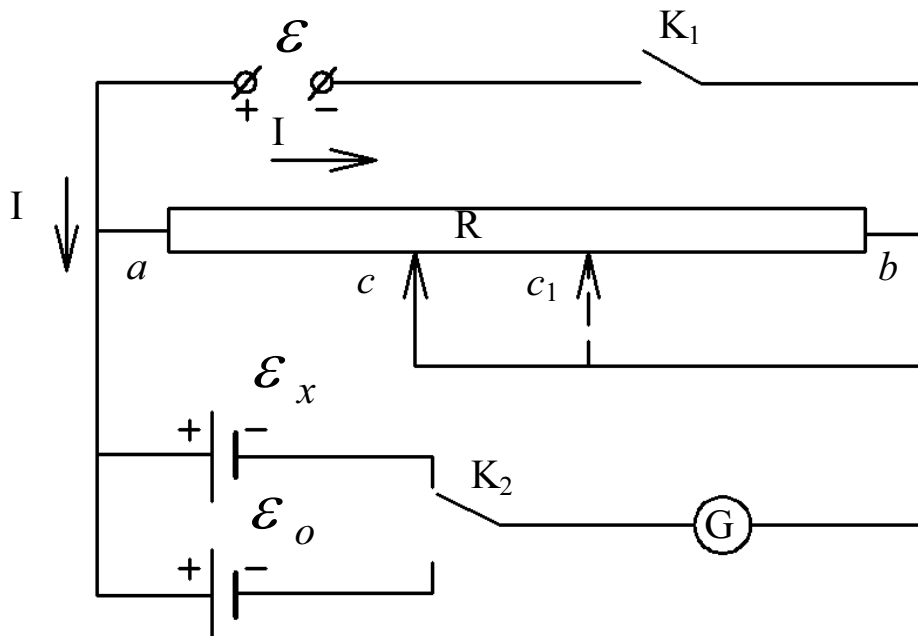


Рис. 1

2. Замикають ключ K_1 .
3. Замикають ключ K_2 у коло з джерелом $\mathcal{E}_x$. Переміщують повзунок реохорда до відсутності струму (стрілка гальванометр G відхиляється) у колі елемента $\mathcal{E}_x$.
4. Вимірюють довжину плеча реохорда l_x між точками a і c .
5. Перемикають ключ K_2 у коло з джерелом $\mathcal{E}_0$. Вимірюють l_0 , повторюючи п. п. 3,4.

6. Виміри l_x та l_0 , повторюють не менше трьох разів. Ключ K_2 замикають тільки на час визначення l_x і l_0 , тобто на час встановлення стрілки гальванометра на нуль, після чого його розмикають.

7. Обчислюють е.р.с. досліджуваного джерела за формулою :

$$\langle \mathcal{E}_x \rangle = \mathcal{E}_0 \frac{l_x}{l_0}.$$

8. Визначають відносну похибку $\varepsilon_{\mathcal{E}_x}$ за формулою:

$$\varepsilon_{\mathcal{E}_x} = \varepsilon_{l_x} + \varepsilon_{l_0} + \varepsilon_{\mathcal{E}_0}.$$

9. Розраховують довірчу границю сумарної похибки при довірчій імовірності $P \geq 0,95$:

$$\Delta_{\mathcal{E}_x} = \langle \mathcal{E}_x \rangle \varepsilon_{\mathcal{E}_x}.$$

10. Заносять дані до таблиці

№ п/п	Табличні та задані величини	Результати прямих вимірювань		Результати непрямих вимірювань
	$\mathcal{E}_0, \text{В}$	$l_0, \text{м}$	$l_x, \text{м}$	$\mathcal{E}_x, \text{В}$

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Поясніть роль сторонніх сил у колі постійного струму.
2. Що називають електрорушійною силою?
3. Що називають напругою на ділянці кола?
4. Запишіть і сформулюйте закон Ома для неоднорідної ділянки кола і для замкнутого кола.
5. Запишіть і сформулюйте перше і друге правила Кірхгофа.
6. Сформулюйте суть методу компенсації.

РОБОТА 3.3. ВИВЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ОПОРУ МЕТАЛІВ ВІД ТЕМПЕРАТУРИ

Мета роботи: набути навиків вимірювання опорів за допомогою містка Уїнстона, визначити температурний коефіцієнт опору металу.

Причиною електричного опору металу є розсіювання електронів на дефектах кристалічної решітки (дефект решітки – це будь-яке порушення періодичності її структури). Природним джерелом

дефектів решітки є коливальний рух атомів. Тому при підвищенні температури опір металу зростає.

Температурний коефіцієнт опору провідника α визначає відносний приріст опору R , при збільшенні температури T на один кельвін

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT}.$$

У загальному випадку α є функцією температури. Однак для металів зміна α з температурою незначна. Тому для температур, значно нижчих від температури плавлення, наближено можна вважати α сталим коефіцієнтом, який дорівнює його середньому значенню у досліджуваному температурному інтервалі. Отже, якщо R_0 – це опір металу при 0°C , а R – його значення при $t^\circ\text{C}$, то :

$$R = R_0(1 + \alpha t).$$

У цьому наближенні опір лінійно зростає із зростанням температури, а константа α визначається за формулою:

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 \cdot t}. \quad (1)$$

Вивчення залежності опору металу від температури і визначення константи α становить зміст даної роботи. Опір провідника, що досліджується, визначають за допомогою містка Уїнстона (рис. 1). Він складається з реохорда $ав$, чутливого амперметра (нуль-гальванометра) G і двох опорів – відомого R (магазин опорів) і невідомого R_t (відрізок дроту, намотаний на каркас у вигляді котушки і поміщений у нагрівач – електричну піч). Реохорд $ав$ – це однорідна дротина, укріплена на масштабній лінійці, вздовж якої може переміщуватись контактний повзунок C . Опори R_t , R , r_1 , r_2 утворюють плечі містка.

Переміщаючи контакт C , можна знайти на реохорді таку точку, потенціал якої φ_c дорівнює потенціалу φ_d у точці D . У цьому випадку сила струму I через гальванометр G зменшується до нуля ($I = 0$). Таке положення називається рівновагою містка, при якому падіння напруги на ділянках $ас$ і $ад$ однакові:

$$I_1 \cdot R_t = I_2 \cdot r_1. \quad (2)$$

і падіння напруги на ділянках dv і cv теж однакові:

$$I_1 \cdot R = I_2 r_2. \quad (3)$$

Розділивши (2) на (3), отримаємо умову рівноваги містка:

$$\frac{R_t}{R} = \frac{r_1}{r_2}. \quad (4)$$

Для каліброваної дротини відношення r_1/r_2 можна замінити відношенням плечей реохорда l_1/l_2 ($l_1 = ac$, $l_2 = cb$).

Після цього рівність (4) набуває вигляду:

$$R_t = R \cdot \frac{l_1}{l_2}. \quad (5)$$

Це співвідношення використовується для порівняння опору R_t , що досліджується, з відомим опором R . Найточнішими є вимірювання при $l_1 = l_2$ та $R_t = R$.

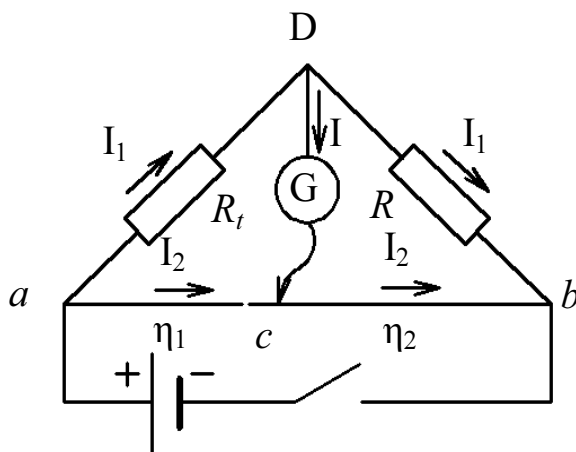


Рис. 1

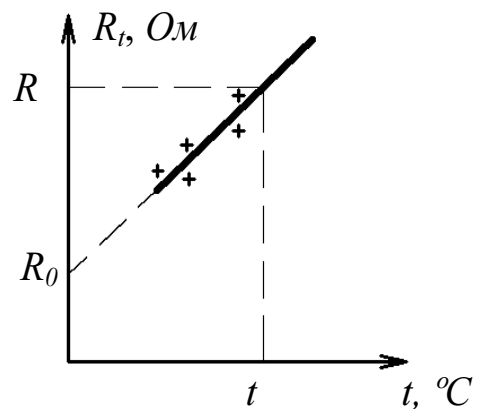


Рис. 2

Порядок виконання роботи

1. Складають коло містка Уїнстона.
2. Вимірюють температуру провідника термометром і визначають його опір R_t . Для цього контакт C ставлять на середину реохорда ($l_1 = l_2$), а декади опорів магазину – на нульові відмітки. Замикають ключ K . Стрілка гальванометра відхилиться, бо $R_t \geq R$. Врівноважують місток, збільшуючи опір магазину R доти, поки сила струму через гальванометр G не стане дорівнювати нулю. У цьому

випадку згідно з формулою (5) $R_t = R$. Значення l_1 , l_2 , R_t , R і t заносять до таблиці.

№ п/п	Результати прямих вимірювань				Результати непрямих вимірювань	
	l_1 , см	l_2 , см	t , °C	R , Ом	R_t , Ом	α , К ⁻¹

3. Вмикають нагрівач і аналогічно визначають опір R_t при різних температурах t з інтервалом 5–10 °C. До таблиці заносять дані для 6–7 значень температури. Вимірювання проводять до температури 80 – 90 °C.

4. На міліметровому папері будують графік залежності $R_t = f(t)$, відкладаючи по осі абсцис значення температури, а по осі ординат – значення опору. Пряму лінію проводять так, щоб експериментальні точки розміщувались приблизно симетрично по обидва боки від неї.

5. За графіком знаходять значення R_0 , продовжуючи пряму до перетину з віссю R_t при $t = 0$ °C (рис.2), точка перетину визначає значення R_0 . Користуючись даними графіка, обчислюють значення α за формулою:

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 \cdot t}.$$

Запитання для самоперевірки та контролю

1. Як і чому опір металу залежить від температури?
2. Навести означення температурного коефіцієнту опору. Порядок його величини для металів.
3. Чому гальванометр у містку Уїнстона повинен мати двобічну шкалу з нулем посередині?
4. Виведіть умову рівноваги містка Уїнстона.
5. Які переваги методу визначення опору містком Уїнстона порівняно з методом амперметра і вольтметра?
6. Сформулюйте правила Кірхгофа, застосуйте їх до вузлів і контурів містка Уїнстона.

4. ДОДАТКИ

4.1. Фізичні величини та одиниці їх вимірювання

Фізичні закони встановлюють найсуттєвіші взаємозв'язки між фізичними поняттями, що описують важливі явища в фізиці. Ці взаємозв'язки подаються у вигляді математичних співвідношень між фізичними величинами, що вводяться для характеристики даного фізичного явища чи групи таких явищ.

Фізичні величини – це міри властивостей, що характеризують фізичні явища. Так, властивість всіх матеріальних тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, що має назву „інерція” має міру, фізичну величину „маса”. Тому можна сказати, що **маса є мірою інертності матеріальних тіл**. Аналогічно, тепловий рух молекул характеризується фізичною величиною „**температурою по термодинамічній шкалі температур (або абсолютною температурою)**”, тобто **температура є мірою кінетичної енергії теплового руху молекул**. Однорідними фізичними величинами є такі, що характеризують ту ж саму властивість. Наприклад, маса Землі, комбайна чи автомобіля – однорідні, а швидкість автомобіля та його маса – неоднорідні величини.

Значення фізичної величини є кількісна характеристика даної фізичної величини. Число, яким виражається значення фізичної величини, отримується в результаті вимірювання. Фізичну величину вимірюють, тобто порівнюють (зіставляють) зі значенням однорідної їй фізичної величини, що прийнята за одиницю. Таке порівняння (вимірювання) проводиться з використанням технічних засобів (засобів вимірювання)

Наприклад, число, яке виражає значення довжини предмета, отримується порівнянням його довжини зі значенням довжини еталона метра. Ця ж довжина може бути подана іншим числом, отриманим порівнянням її з еталоном дюйма, ярда. Тому для однозначності подання значення фізичної величини число дають з обов'язковим позначенням відповідної одиниці. Для того, щоб можна було виконувати дії над значеннями фізичних величин, вони повинні бути виражені через одиниці, які пов'язані між собою за певними правилами, тобто утворюють **систему одиниць вимірювання фізичних величин**. У більшості країн світу нині обов'язковою для використання є система одиниць СІ (Система Інтернаціональна), одиниці якої мають назву - **одиниці СІ**.

Система одиниць будується так, що для кількох різнорідних фізичних величин обумовлюються матеріальні об'єкти або явища, які можуть бути відтворені з достатньою точністю. Ці об'єкти або явища

використовуються для зберігання та відтворення певних значень фізичних величин, тобто вони є **еталонами** одиниць. Одиниці величин, для яких обумовлено відтворення за допомогою еталонів, називаються **основними**.

Кожна фізична величина характеризується розмірністю, яка виражає зв'язок даної фізичної величини з величинами, які є основними у певній системі одиниць. Запис розмірності величини прийнято виконувати за правилами запису алгебраїчних виразів, позначаючи основні величини великими літерами: довжину, шлях, відстань – L , масу – M , час – T , силу електричного струму – I , термодинамічну температуру – θ , кількість речовини – N , силу світла – J . Наприклад, розмірність сили $[F] = LMT^{-2}$. На практиці частіше використовують позначення основних величин системи СІ і записують розмірність, наприклад сили в вигляді $[F] = \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$.

Над розмірностями фізичних величин можна виконувати деякі алгебраїчні дії. Правила роботи з розмірностями такі: 1) ліва частина алгебраїчного рівняння повинна мати таку ж розмірність, як і права; 2) при додаванні (відніманні) значень величин вони можуть бути тільки однорідними, тобто мати однакові розмірності (при запису вказується спільна розмірність); 3) множення, ділення, піднесення до степеня виконується як із звичайними змінними; 4) відношення однорідних величин є безрозмірним, тобто не має розмірності. Це значить, що до алгебраїчного виразу розмірності в цьому випадку основні величини входять у нульовому ступені.

Використання методу розмірностей дозволяє досить просто знайти грубі помилки у математичних описах фізичних моделей. Якщо при запису розмірностей величин, які входять до рівняння порушуються правила 2) або 3); то при опису модуля явища допущено помилку. За правилом 4) тригонометричні функції безрозмірні. Значення безрозмірної величини не залежить від вибору системи одиниць.

При розв'язуванні задач дії над розмірностями можна замінити діями над одиницями, записуючи похідні одиниці через основні одиниці системи. Позначення одиниць слід застосовувати після числових значень величин і поміщати їх в одному рядку (без перенесення всього або частини позначення в наступний рядок). Між останньою цифрою числа і позначенням одиниці слід залишати пропуск.

Якщо числове значення величини є десятковим дробом, то позначення одиниці слід записувати після усіх цифр. Стандартом не допускається поміщати позначення одиниць в один рядок з

формулою, що виражає залежність між величинами. При необхідності пояснень величин розмірностей у формулі запис їх виконується окремо.

Літерні позначення одиниць, які входять у добуток, слід відокремлювати крапками на середній лінії (як знаками множення). У літерних позначеннях відношень одиниць як знак ділення має застосовуватися лише одна похила або горизонтальна риска. Допускається використовувати позначення одиниць у вигляді добутку позначень одиниць, піднесених до степеня (додатних і від'ємних).

При використанні похилої риски позначення одиниць у чисельнику та знаменнику слід поміщати в рядок, добуток позначень одиниць у знаменнику необхідно брати в дужки.

При використанні похідної одиниці, що складається з двох і більше одиниць, не допускається комбінувати літерні позначення та найменування одиниць, тобто для одних одиниць наводити позначення, а для інших – найменування.

4.2. Визначення основних одиниць системи СІ

У системі СІ прийнято **сім основних** та **дві додаткових** одиниці. Всі інші одиниці є похідними від них, тобто виражаються через них.

Основні:

1 метр (1 м) – одиниця довжини – дорівнює відстані, яку проходить у вакуумі плоска електромагнітна хвиля за $1/299\,792\,458$ частку секунди (або дорівнює $1650763,73$ довжин хвиль у вакуумі випромінювання, що відповідає переходу між рівнями $2p_{10}$ і $5d_5$ атома криптонію – 86).

1 кілограм (1 кг) – одиниця маси – дорівнює масі міжнародного прототипу кілограма.

1 секунда (1 с) – одиниця часу – дорівнює $9\,192\,631\,770$ періодам випромінювання, яке відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію – 133.

1 Кельвін (1 К) – одиниця термодинамічної температури – дорівнює $1/273,16$ частині термодинамічної температури трітійної точки води.

1 моль (1 моль) – одиниця кількості речовини – дорівнює кількості речовини системи, яка містить стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у вуглеці – 12 масою $0,012$ кг. Структурні елементи повинні бути специфіковані і можуть бути атомами, молекулами, іонами, електронами й іншими частинками або специфікованими групами частинок.

1 ампер (1 А) – одиниця сили струму – дорівнює силі незмінного струму, який при проходженні по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини та дуже малої площі поперечного перерізу, які містяться у вакуумі на відстані 1 м один від одного, спричинив би виникнення на кожній ділянці провідника довжиною 1 м силу взаємодії, що дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

1 кандела (1 кд) – одиниця сили світла – дорівнює силі світла, що випромінюється з поверхні площею $1/600000$ м² повного випромінювача в перпендикулярному напрямку при температурі випромінювача, яка дорівнює температурі твердіння платини при тиску 101525 Па (або дорівнює силі світла, що випромінюється в заданому напрямку джерелом, що випромінює монохроматичне світло частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого в цьому напрямку становить 1/683 Вт/ср)

Додаткові

1 радіан (1 рад) – одиниця плоского кута – дорівнює куту між двома радіусами кола, довжина дуги між якими дорівнює радіусу.

1 стерadian (1 ср) – одиниця тілесного кута – дорівнює тілесному куту з вершиною в центрі сфери, який вирізує на поверхні сфери площу, що дорівнює площі квадрата зі стороною, що дорівнює радіусу сфери.

4.3. Основні фізичні сталі (округлені значення)

Фізична стала	Позначення	Значення
Прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с ²
Гравітаційна стала	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг · с ³)
Постійна Авогадро	N_A	$6,025 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Універсальна газова стала	R	8,31 Дж / (моль · К)
Стала Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж / К
Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Атомна одиниця маси	$a. o. m.$	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса електрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса нейтрона	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса протона	m_p	$1,672 \cdot 10^{-27}$ кг
Електрична стала	ε_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	μ_0	$1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Стала Планка	h	$6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

4.4. Множники і приставки для утворення кратних та часткових одиниць і їх найменування

Приставка		Множник	Приставка		Множник
Найменування	Позначення		Найменування	Позначення	
екса	Е	10^{18}	деці	д	10^{-1}
пета	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	мілі	м	10^{-3}
гіга	Г	10^9	мікро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кіло	К	10^3	піко	п	10^{-12}
гекто	Г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

4.5. Позасистемні одиниці, які допущені до застосування в навчальному процесі з фізики

Величина	Одиниця		
	Найменування	Позначення	Співвідношення з одиницею СІ
Час	хвилина година доба	хв год доб	60 с 3600 с 86400 с
Плоский кут	градус хвилина секунда	°'"	($\pi/180$) рад= $1,74 \cdot 10^{-2}$ рад ($\pi/10800$) рад= $2,91 \cdot 10^{-4}$ рад ($\pi/648000$) рад= $4,85 \cdot 10^{-6}$ рад
Об'єм, місткість	літр	л	10^{-3} м^3
Енергія	електрон-вольт	еВ	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Маса	тонна атомна одиниця маси	т а.о.м.	1000 кг $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Оптична сила	діоптрія	дптр	1 м^{-1}
Відносна величина	процент проміле мільйонна частка	% ‰ млн ⁻¹	10^{-2} 10^{-3} 10^{-6}
Логарифмічна величина	бел децибел	Б дБ	- -

4.6. Густина рідин

Рідина	Густина, кг/м ³	Газ	Густина, кг/м ³
Азот рідкий(77К)	$0,79 \cdot 10^3$	Водень	0,09
Бензин	$0,70 \cdot 10^3$	Гелій	0,18
Вода (при 4 °С)	$1,00 \cdot 10^3$	Кисень	1,43
Вода морська	$1,03 \cdot 10^3$	Повітря	1,29
Гліцерин	$1,26 \cdot 10^3$	Озон	2,14
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$	Окис вуглецю	1,25
Спирт	$0,80 \cdot 10^3$	Хлор	3,21

4.7 Густина газів**(при нормальних умовах)****4.8. Густина твердих тіл**

Тверде тіло	Густина, кг/м ³	Тверде тіло	Густина, кг/м ³
Алюміній	$2,70 \cdot 10^3$	Мармур	$2,70 \cdot 10^3$
Алмаз	$3,50 \cdot 10^3$	Мідь	$8,93 \cdot 10^3$
Барій	$3,50 \cdot 10^3$	Нікель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадій	$6,02 \cdot 10^3$	Свинець	$11,30 \cdot 10^3$
Вісмут	$9,80 \cdot 10^3$	Срібло	$10,50 \cdot 10^3$
Залізо	$7,88 \cdot 10^3$	Сталь	$7,8 \cdot 10^3$
Золото	$19,3 \cdot 10^3$	Скло	$2,6 \cdot 10^3$
Літій	$0,53 \cdot 10^3$	Цезій	$1,90 \cdot 10^3$
Лід	$0,90 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

4.9. Молярна маса і відносна молекулярна маса газів

Газ	Молярна маса, кг/моль	Відносна молекулярна маса
Азот	$28 \cdot 10^{-3}$	28
Водень	$2 \cdot 10^{-3}$	2
Повітря	$29 \cdot 10^{-3}$	29
Гелій	$4 \cdot 10^{-3}$	4
Кисень	$32 \cdot 10^{-3}$	32
Вуглекислий газ	$44 \cdot 10^{-3}$	44

4.10. Діелектрична проникність

Речовина	Проникність
Вода	81,0
Масло трансформаторне	2,2
Парафін	2,0
Скло	7,0
Слюда	7,0
Ебоніт	3,0
Фарфор	5,0

4.11. Енергія іонізації

Речовина	E_i , Дж	E_i , eV
Водень	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелій	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Літій	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

4.12. Відносні атомні маси (заокруглені значення) A , та порядкові номери Z деяких елементів

Елемент	Символ	A	Z	Елемент	Символ	A	Z
Азот	N	14	7	Літій	Li	7	3
Алюміній	Al	27	13	Магній	Mg	24	12
Аргон	Ar	40	18	Марганець	Mn	55	25
Барій	Ba	137	56	Мідь	Cu	64	29
Берилій	Be	9	4	Молібден	Mo	96	42
Ванадій	V	51	23	Натрій	Na	23	11
Водень	H	1	1	Неон	Ne	20	10
Вольфрам	W	184	74	Нікель	Ni	59	28
Вуглець	C	12	6	Олово	Sn	119	50
Гелій	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Залізо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сірка	S	32	16
Калій	K	39	19	Срібло	Ag	108	47
Кальцій	Ca	40	20	Уран	U	238	92
Кисень	O	16	8	Хлор	Cl	35	17

4.13. Грецький алфавіт

Літера	Назва	Літера	Назва
<i>A, α</i>	альфа	<i>Ξ, ξ</i>	ксі
<i>B, β</i>	бета	<i>Ο, ο</i>	омікрон
<i>Γ, γ</i>	гамма	<i>Π, π</i>	пі
<i>Δ, δ</i>	дельта	<i>Ρ, ρ</i>	ро
<i>Ε, ε</i>	епсилон	<i>Σ, σ</i>	сигма
<i>Z, ζ</i>	дзета	<i>Τ, τ</i>	Тау
<i>Η, η</i>	ета	<i>Υ, υ</i>	іпсилон
<i>Θ, θ</i>	тета	<i>Φ, φ</i>	фі
<i>Ι, ι</i>	йота	<i>Χ, χ</i>	хі
<i>Κ, κ</i>	капа	<i>Ψ, ψ</i>	псі
<i>Λ, λ</i>	лямбда	<i>Ω, ω</i>	омега
<i>Μ, μ</i>	мю	<i>Ξ, ξ</i>	ксі

4.14. Латинський алфавіт

Літера	Назва	Літера	Назва
<i>Aa</i>	а	<i>Nn</i>	ен
<i>Bb</i>	бе	<i>Oo</i>	о
<i>Cc</i>	це	<i>Pp</i>	пе
<i>Dd</i>	де	<i>Qq</i>	ку
<i>Ee</i>	е	<i>Rr</i>	ер
<i>Ff</i>	еф	<i>Ss</i>	ес
<i>Gg</i>	ге, же	<i>Tt</i>	те
<i>Hh</i>	га, аш	<i>Uu</i>	у
<i>Ii</i>	і	<i>Vv</i>	ве
<i>Jj</i>	йот, жи	<i>Ww</i>	дубль-ве
<i>Kk</i>	ка	<i>Xx</i>	ікс
<i>Ll</i>	ель	<i>Yy</i>	ігрек
<i>Mm</i>	ем	<i>Zz</i>	зет(зета)

5. ПРИКЛАДИ ТИПОВИХ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ НА ЗАЛІКАХ ТА ІСПИТАХ

В тестах потрібно дати правильну відповідь на поставлене питання, або для продовження фрази вибрати найбільш вірний та повний варіант із 4-5 запропонованих. В лівому стовпчику у верхньому рядку проставляється рейтинг питання. Це 50,75 або 100, що визначається ступенем складності питання і відповідає 2,3 або 4 балам по 100 бальній шкалі.. В сумі правильні відповіді на всі 30 питань дають 100 балів. Мінімальний рівень, що оцінюється задовільно, або зараховано (іспит або залік) відповідає 60 балам.

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ варіант №1

75	Питання 1. Що називається інерціальною системою відліку?
1	Система відліку, що рухається рівномірно по колу або рівномірно прямолінійно вздовж прямої
2	Система відліку, що рухається рівномірно і прямолінійно, або знаходиться в стані спокою
3	Тіло відліку із зв'язаною з ним системою координат та система відліку часу
4	Тіло відліку зі зв'язаною з ним система координат, що знаходиться в спокої, або рівномірно обертається по колу
5	Система відліку, що рухається рівномірно і прямолінійно або рівномірно обертається по колу

100	Питання 2. Вектор швидкості матеріальної точки в випадку довільного криволінійного руху це
1	..відношення шляху до часу, за який цей шлях пройдено
2	..границя, до якої наближається відношення радіус-вектора до відрізка часу (при наближенні цього часового відрізка до нуля)
3	..границя, до якої наближається відношення приросту радіус-вектора до відрізка часу, за який цей приріст пройшов (при наближенні цього часового відрізка до нуля)
4	$V = s / t$
5	..границя, до якої наближається приріст радіус-вектора

100	Питання 3. Яке із названих формулювань є правильним формулюванням закону всесвітнього тяжіння?
1	Сила, з якою дві матеріальні точки притягуються одна до одної, обернено пропорційна добутку їх мас і пропорційна квадрату відстані між ними
2	Вага тіла чисельно дорівнює силі тяжіння, а як вектор направлена в протилежну сторону.
3	Сила тяжіння прикладена до тіла, а вага тіла – до опори на якій тіло лежить, або до підвісу, на якому воно висить.
4	Сила, з якою дві матеріальні точки притягуються одна до одної, прямо пропорційна добутку їх мас і обернено пропорційна квадрату відстані між ними
5	Сила, з якою два довільних матеріальних тіла притягуються одна до одної, прямо пропорційна добутку їх мас і обернено пропорційна відстані між ними

75	Питання 4. Сила, це..
1	векторна фізична величина, що являється мірою механічної дії одного тіла на інше та визначає швидкість руху тіла, або величину деформації тіла
2	фізична величина, що проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформації тіла
3	векторна фізична величина, що являється мірою інерційних властивостей та визначає швидкість руху тіла, або величину деформації тіла
4	векторна фізична величина, що являється мірою механічної дії одного тіла на інше та проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформації тіла
5	векторна фізична величина, що являється мірою механічної дії одного тіла на інше

100	Питання 5. Яке формулювання відповідає другому закону Ньютона:
1	Сили взаємодії між двома матеріальними точками рівні за величиною, протилежні за напрямком, і направлені вздовж прямої, що з'єднує ці точки
2	Прискорення матеріальної точки прямо пропорційне діючій на неї силі, співпадає за напрямком з цією силою і обернено пропорційне масі матеріальної точки
3	В інерціальній системі відліку матеріальна точка зберігає стан спокою, або рівномірного прямолінійного руху, якщо рівнодійна усіх сил прикладених до неї дорівнює нулю
4	Прискорення матеріальної точки обернено пропорційне діючій на неї силі, співпадає за напрямком з цією силою та прямо пропорційне масі матеріальної точки

100	Питання 6. Яка різниця між вагою $\vec{P}$ тіла і силою $\vec{F}$ тяжіння, що діє на нього?
1	Сила тяжіння $\vec{F}$ прикладена до тіла і діє на нього завжди, а вага $\vec{P}$ прикладена до опори, або до підвісу і проявляється лише тоді, коли на тіло крім сили тяжіння діє ще якась сила.
2	Сила тяжіння $\vec{F}$ прикладена до тіла, а вага $\vec{P}$ – до опори, або до підвісу. При цьому виконується третій закон Ньютона: $\vec{P} = -\vec{F}$
3	Сила тяжіння $\vec{F}$ прикладена до опори, або до підвісу, а вага тіла $\vec{P}$ – до тіла. При цьому виконується третій закон Ньютона: $\vec{P} = -\vec{F}$
4	Сила тяжіння $\vec{F}$ прикладена до тіла, а вага $\vec{P}$ – до опори, або до підвісу. Виконується третій закон Ньютона: $\vec{P} = \vec{F}$

100	Питання 7. Моментом M сили називається величина, що дорівнює...
1	добутку величини сили на плече сили
2	добуток обертальної сили на радіус кола, яке описує точка при дії сили
3	добутку сили на відстань до центру мас
4	роботі зовнішніх сил
5	добутку сили на швидкість центру мас

75	Питання 8. Повний імпульс механічної системи ?
1	може бути рівним нулю, якщо на систему не діють зовнішні сили та може змінюватися лише під дією зовнішніх сил
2	дорівнює векторній сумі імпульсів всіх її частинок та дорівнює нулю, якщо система замкнута
3	може змінюватися лише під дією зовнішніх сил та визначається швидкістю її центру мас
4	дорівнює векторній сумі імпульсів всіх її частинок та являється сталою величиною, якщо система замкнута

100	Питання 9. Момент інерції твердого тіла
1	є мірою інертності тіла при обертальному русі, та дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок твердого тіла на величину відстані їх від осі обертання
2	є мірою інертності тіла при обертальному русі, та дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок твердого тіла на квадрат відстані їх від осі обертання
3	визначається розподілом мас відносно обраної осі
4	дорівнює добуткові маси на квадрат

	відстані до обраної осі
5	це величина, що дорівнює добутку маси тіла на відстань до осі обертання

75	Питання 10. Що являється універсальною кількісною мірою механічної форми руху та взаємодії?
1	Векторна фізична величина, що вимірюється добутком маси тіла на його швидкість
2	Фізична величина, що вимірюється добутком моменту інерції тіла на кутову швидкість
3	Векторна фізична величина, що вимірюється добутком маси тіла на прискорення
4	Така фізична величина, що називається кінетичною енергією; величина зміни її визначається виконаною механічною роботою
5	Фізична величина, що називається механічною енергією; величина зміни її визначається виконаною механічною роботою

100	Питання 11. Запишіть основне рівняння динаміки обертального руху
1	$M = Ja/2$
2	$M = J\beta$
3	$M = Fl$
4	$M = J\beta^2$
5	$M = J / \beta$

75	Питання 12 Кінетична енергія твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, дорівнює.....
1	половині добутку його маси на квадрат швидкості центру мас
2	половині добутку моменту інерції відносно осі обертання на квадрат кутової швидкості
3	добуткові моменту сили на плече
4	половині добутку його маси на квадрат швидкості центру мас

75	Питання 13. Елементарна механічна робота дорівнює ..
1	добутку сили на переміщення точки прикладання сил
2	величині, що проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформації тіла
3	$A = (F \cos \alpha) s$
4	векторній фізичній величині, що являється мірою механічної дії одного тіла на інше та проявляється в зміні стану руху тіла, або в деформації тіла
5	скалярному добутку вектора сили на вектор елементарного переміщення

100	Питання 14. Які закони збереження в механіці вам відомі?
	закони збереження: повної механічної енергії; повного імпульсу системи; повного механічного моменту; моменту імпульсу системи
2	закони збереження: повної механічної енергії, повного імпульсу системи, імпульсу центру мас системи, механічного моменту, моменту імпульсу, моменту інерції системи
3	закони збереження: повної механічної енергії, повного імпульсу системи, моменту імпульсу системи
4	закони збереження: механічної енергії, повного імпульсу системи, імпульсу центру мас системи, механічного моменту, моменту імпульсу
5	закони збереження: імпульсу та кількості руху, механічного моменту, моменту інерції, механічної енергії

75	Питання 15. Чому дорівнює гідростатичний тиск стовпа атмосфери на поверхні Землі (нормальний атмосферний тиск)?
1	$1,013 \cdot 10^4$ Па
2	$0,98 \cdot 10^6$ Па
3	$1,013 \cdot 10^5$ Па
4	$1,013 \cdot 10^5$ Н/м
5	$1,01 \cdot 10^5$ Н/м ³

75	Питання 16. Скільки молекул знаходиться в одному моль речовини?
1	$1,38 \cdot 10^{26}$ моль ⁻¹
2	$6,02 \cdot 10^{23}$ кг/м ³
3	$8,31 \cdot 10^{23}$
4	$6 \cdot 10^{26}$ моль ⁻¹
5	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹

75	Питання 17. Які закони описують перенесення в газах?
1	Закони Бойля – Маріотта, Шарля, Гей - Люсака
2	Закон Авогадро та Больцмана
3	Закон Менделєєва – Клапейрона, Авогадро
4	Закон Клапейрона та Дальтона
5	Закон Фіка, Фур'є, Ньютона.

100	Питання 18. Середня квадратична швидкість руху молекули ідеального газу дорівнює..
1	$V_{kv} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$
2	$V_{kv} = \sqrt{\frac{kT}{m}}$
3	$V_{kv} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$
4	$V_{kv} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$
5	$V_{kv} = \sqrt{\frac{3RT}{\pi m}}$

75	Питання 19. Яке з цих явищ не відноситься до явищ перенесення і не описується законом, в який входить градієнт відповідної фізичної одиниці?
1	явище дифузії
2	явище поверхневого натягу
3	явище внутрішнього тертя
4	явище теплопровідності

75	Питання 20. Перерахуйте видіте теплообміну
1	теплопровідність, випромінювання конвекція
2	теплопровідність, дифузія
3	пароутворення, кипіння, теплопровідність
4	випаровування, кипіння, теплопровідність
5	конвекція, внутрішнє тертя, теплопровідність, дифузія

75	Питання 21. Внутрішня енергія ідеального газу дорівнює..
1	$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT$
2	$U = \frac{m}{M} RT$
3	$U = C_V T$
4	$U = \frac{m}{M} \frac{3}{2} RT$
5	$U = RT$

75	Питання 22. Написати формулу першого закону термодинаміки
1	$\eta = (T_1 - T_2) / T_1$
2	$A = p dV$
3	$Q = cm\Delta T$
4	$\partial Q = dU + \partial A$
5	$\Delta U = Q \pm A$

75	Питання 23. З яких процесів складається цикл Карно?
1	двох ізотермічних та двох ізохорних процесів
2	двох ізобарних та двох ізохорних процесів
3	двох ізохорних та двох адіабатних процесів
4	двох ізотермічних та двох адіабатних процесів
5	двох ізобарних та двох адіабатних процесів

75	Питання 24. Закон Кулона описує взаємодію:
1	двох тіл довільної форми, що несуть електричні заряди
2	двох заряджених тіл, що знаходяться в вакуумі
3	двох рухомих зарядів сферичної форми в вакуумі
4	двох нерухомих зарядів довільної форми, що взаємодіють в вакуумі або середовищі
5	двох точкових нерухомих зарядів

100	Питання 25. Що є силовою характеристикою електростатичного поля?
1	напруженість електростатичного поля
2	заряд, потенціал, електроємність
3	еквіпотенціальні поверхні (в просторі) або лінії рівного потенціалу (в площині)
4	градієнт потенціалу електростатичного поля
5	заряд та потенціал

75	Питання 26. Що є кількісною характеристикою електричного струму?
1	Електрорушійна сила
2	Різниця потенціалів
3	Сила струму
4	Опір
5	Напруга

75	Питання 27. Потенціал електростатичного поля, що створюється у вакуумі точковим зарядом q на відстані r від нього, визначається за формулою
1	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$
2	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$
3	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$
4	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r}$

50	Питання 28. Робота A, яку виконує електростатичне поле при переміщенні точкового заряду q визначається за формулою
1	$A = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{q}$
2	$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)R$
3	$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$
4	$A = \frac{q}{(\varphi_1 - \varphi_2)}$

75	Питання 29. Електроємність провідника C, який має заряд q та потенціал φ, дорівнює
1	$C = \frac{q}{\varphi}$, і залежить від розмірів і форми провідника, діелектричної проникності оточуючого середовища.
2	$C = \frac{\varphi}{q}$, і залежить від матеріалу провідника, розмірів і форми провідника.
3	$C = q\varphi$, і залежить від розмірів і форми провідника, діелектричної проникності оточуючого середовища.
4	$C = q\varphi$, і залежить від матеріалу провідника, розмірів і форми провідника.

100	Питання 30. Запишіть закон Ома в диференціальній формі
1	$I = jS$
2	$I = \frac{E}{R + r}$
3	$I = \frac{dq}{dt}$

4	$\vec{j} = \gamma \vec{E}$
---	----------------------------

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ Варіант №2

100	Питання 1. Вектор прискорення матеріальної точки в випадку довільного криволінійного руху це ...
1	..границя, до якої наближається відношення приросту радіус - вектора до відрізка часу, за який цей приріст пройшов (при наближенні цього часового відрізка до нуля)
2	$\vec{a} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
3	вектор повного прискорення, що дорівнює векторній сумі нормального (доцентрового) та тангенціального прискорення
4	..границя, до якої наближається відношення приросту вектора швидкості до відрізка часу, за який цей приріст пройшов (при наближенні цього часового відрізка до нуля)
5	відношення зміни швидкості до часу, за який ця зміна пройшла

75	Питання 2. Кутовою швидкістю називається...
1	..границя, до якої наближається приріст кута повороту
2	$\omega = \frac{ds}{dt}$
3	..границя, до якої наближається відношення приросту вектора швидкості до відрізка часу, за який цей приріст пройшов (при наближенні цього часового відрізка до нуля)
4	векторна величина, яка дорівнює першій похідній кута повороту точки по часу $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$

100	Питання 3. Як формулюється основний закон динаміки обертального руху, (другий закон Ньютона для обертального руху)
1	момент сили, що прикладена до тіла, є величина, що дорівнює добутку маси на квадрат відстані до обраної осі
2	момент сили, що прикладена до тіла є величина, що дорівнює добутку маси тіла на відстань до осі обертання
3	момент сили дорівнює добутку моменту інерції тіла на кутове прискорення
4	момент сили дорівнює добутку сили на плече прикладання

5	момент обертальної сили, прикладеної до тіла є добуток імпульсу на кутову швидкість обертання
---	---

75	Питання 4 Кінетична енергія твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, дорівнює.....
1	половині добутку його маси на квадрат швидкості центру мас
2	половині добутку його моменту інерції відносно осі обертання на квадрат кутової швидкості
3	добуткові моменту сили на плече
4	роботі зовнішніх сил
5	сумі кінетичних енергій всіх його частинок

75	Питання 5. Матеріальна точка масою m, що виконує гармонічні коливання з амплітудою A та циклічною частотою ω, має повну енергію
1	$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega$
2	$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$
3	$E = \frac{1}{2} m^2 A^2 \omega^2$
4	$E = \frac{1}{2} m A \omega^2$

75	Питання 6. Позасистемна одиниця 1 кВт-год. це...
1	одиниця вимірювання потужності електричного струму
2	одиниця вимірювання потужності електричного струму, яка чисельно дорівнює 3,6 МВт
3	одиниця вимірювання роботи електричного струму, яка чисельно дорівнює 3,6 МДж
4	одиниця вимірювання потужності електричного струму, яка чисельно дорівнює 3,6 МДж

75	Питання 7. Скільки молекул знаходиться в 1 моль речовини?
1	$1,38 \cdot 10^{26}$ моль ⁻¹
2	$6,02 \cdot 10^{23}$ кг/м ³
3	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
4	$6 \cdot 10^{26}$ моль ⁻¹
5	$8,31 \cdot 10^{23}$

100	Питання 8. Найбільш імовірна швидкість руху молекули ідеального газу дорівнює....
1	$V = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$
2	$V = \sqrt{\frac{kT}{m}}$
3	$V = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$
4	$V = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$
5	$V = \sqrt{\frac{3RT}{\pi m}}$

75	Питання 9. Внутрішня енергія двохатомного газу дорівнює...
1	$U = \frac{m}{M} \frac{3}{2} RT$
2	$U = \frac{m}{M} RT$
3	$U = C_V T$
4	$U = \frac{m}{M} \frac{5}{2} RT$
5	$U = RT$

75	Питання 10. Чому дорівнює робота газу при ізобарному процесі?
1	нулю
2	$A = p V$
3	добутку тиску на об'єм газу
4	$A = p \Delta V$
5	$A = cm\Delta T$

75	Питання 11. Яке із названих формулювань є формулюванням першого закону термодинаміки?
1	Кількість теплоти, передана тілу при нагріванні пропорційна масі тіла і зміні температури тіла
2	Вічний двигун другого роду неможливий
3	Кількість теплоти, що передана тілу при теплообміні, є мірою зміни внутрішньої енергії тіла і пропорційна масі тіла та зміні температури тіла
4	Робота і кількість теплоти є дві можливі форми зміни і передачі енергії
5	Зміна внутрішньої енергії термодинамічної системи дорівнює сумі кількості теплоти, переданої системі, та роботі зовнішніх сил

75	Питання 12. Потенціал електростатичного поля, що створюється у вакуумі точковим зарядом q на відстані r від нього, визначається за формулою
1	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$
2	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$
3	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$
4	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r}$

75	Питання 13. Електроємність провідника C, який має заряд q та потенціал φ, дорівнює
1	$C = \frac{q}{\varphi}$, і залежить від розмірів і форми провідника, діелектричної проникності оточуючого середовища.
2	$C = \frac{\varphi}{q}$, і залежить від матеріалу провідника, розмірів і форми провідника.
3	$C = q\varphi$, і залежить від розмірів і форми провідника, діелектричної проникності оточуючого середовища.
4	$C = q\varphi$, і залежить від матеріалу провідника, розмірів і форми провідника.

100	Питання 14. Запишіть закон Ома для повного кола
1	$I = jS$
2	$I = \frac{E}{R + r}$
3	$I = \frac{dq}{dt}$
4	$\vec{j} = \gamma \vec{E}$
5	$I = \frac{U}{R}$

75	Питання 15. Робота електричного струму дорівнює...
1	$A = IUt = I^2 R t$
2	$A = Fs$
3	$A = I^2 R = IU$
4	$A = p(V_2 - V_1)$
5	$A = Fs \cos \alpha$

6. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ТА ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Підручники та посібники:

1. Бойко В.В. Фізика. Навчальний посібник для технічних та технологічних спеціальностей ВНЗ (Гриф МОН). – К.: Видавництво „Арістей”, 2007. – 576 с.
2. Чолпан П.І. Основи фізики. – К.: Вища шк. 1995.- 488 с.
3. Бойко В.В. Фізика. Навчальний посібник для інженерних та лісогосподарських спеціальностей аграрних ВНЗ. – К.: Видавництво „Арістей”, 2006. – 336 с.
4. Трофимова Т.М. Курс физики. –М.: Высшая шк. 2003.- 542 с.
5. Бланк О.Я., Гречко Л.Г. Фізика. – Х.: Факт. 2002. – 344 с.

Збірники задач та завдань:

6. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука., 1985.- 384 с.
7. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высш. шк., 1988.-380 с.
8. Воробьев А.А., Чертов А.Г. Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей. - М.: Высшая шк. 1983.- 160 с.
9. Бойко В.В. Фізика. Збірник задач та завдань для самостійної роботи студентів інженерних спеціальностей. Частина 1. – К.: Видавництво Національного аграрного університету, 2004. – 110 с.
10. Бойко В.В. Фізика. Збірник задач та завдань для самостійної роботи студентів інженерних спеціальностей. Частина 2. – К.: Видавництво Національного аграрного університету, 2005. – 130 с.
11. Бойко В.В. Фізика (Кредитно – модульна система). Збірник задач та завдань з основами теорії та прикладами розв’язування задач. – К.: Видавництво „Арістей”, 2005. – 263 с.

Методичні розробки та вказівки:

12. Бойко В.В. Косенко О.І., Ольховська Ж.П. Методичні вказівки до вивчення курсу фізики для студентів інженерних спеціальностей вищих аграрних навчальних закладів. - К.: Вид. НАУ. 2004. – 44 с.
13. Іскра В.Д., Косенко О.І., Ольховська Ж.П. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Ч. I (Механіка. Молекулярна фізика. Термодинаміка. Коливання). - К.: Вид. НАУ. 1995.
14. Іскра В.Д., Бойко В.В. Косенко О.І., Ольховська Ж.П. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Ч.ІІ. (Електрика. Магнетизм). - К.: Вид. НАУ. 1996. – 32 с.
15. Косенко О.І., Ольховська Ж.П., Шаровський Б.В. Методичні

вказівки до лабораторних робіт з фізики. Оптика. Ч.І (Геометрична та хвильова оптика). - К.: Вид. НАУ. 2002. – 51 с.

16. Іскра В.Д., Бойко В.В. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Оптика. Ч.ІІ (Квантова оптика). - К.: Вид. НАУ. 1999. – 50 с.

17. Іскра В.Д., Косенко О.І., Ольховська Ж.П. Лабораторний практикум з фізики. Ч.ІІІ. (Тверде тіло. Ядерна фізика). - К.: Вид. НАУ. 2000 . – 45 с.

Типові програми:

18. Бойко В.В., Кучін В.Д. Фізика. Програма навчальної дисципліни для підготовки фахівців із спеціальностей 6.091902 „Механізація сільського господарства” та 6.090215 „Машини та обладнання сільськогосподарського виробництва” в аграрних вищих закладах освіти II – IV рівнів акредитації. – К.: „Аграрна освіта”. 2001. – 13 с.

19. Бойко В.В., Відьмаченко А.П., Іскра В.Д. Фізика. Програма навчальної дисципліни для підготовки фахівців із спеціальностей 6.091901 „Енергетика сільськогосподарського виробництва” та 6.091903 „Електрифікація і автоматизація сільськогосподарського виробництва” в аграрних вищих закладах освіти II – IV рівнів акредитації. – К.: „Аграрна освіта”. 2002. – 14 с.

20. Бойко В.В., Посудін Ю.І. Фізика. Програма навчальної дисципліни для підготовки бакалаврів в аграрних вищих навчальних закладах II - IV рівнів акредитації з напрямку 1304 "Лісове та садово-паркове господарство" (спеціальності: 6.130400 – „Лісове господарство”, 6.130400 – „Садово-паркове господарство”) . – К.: „Аграрна освіта”. 2005. – 18 с.

21. Федішин Я.І., Демків Т.М., Попов Є.Г., Кумченко Я.О., Посудін Ю.І., Бойко В.В. Фізика. Програма навчальної дисципліни для підготовки бакалаврів в аграрних вищих навчальних закладах II - IV рівнів акредитації з напрямку 0917 „Харчова технологія та інженерія” (за спеціальностями: „Технологія зберігання, консервування та переробки молока”, „Технологія зберігання, консервування та переробки м'яса”, „Технологія жирів та жирозамінників”, „Технологія зберігання та переробки зерна”, „Технологія бродильних виробництв і виноробства”. „Технологія зберігання, консервування та переробки плодів та овочів”) . – К.: „Аграрна освіта”. 2005. – 15 с.